



GRANDE ECOLE D'INGENIEURS GENERALISTES
Angers, Paris, Shanghai & réseau international
Siège : 4 rue Merlet de la Boulaye - BP 30926
49009 Angers cedex 01 - France
Tél.: +33 (0)2 41 86 67 67
Fax: +33 (0)2 41 87 99 27
information@eseo.fr - www.eseo.fr

CHU D'ANGERS
Pôle imagerie du CHU d'Angers
MEDECINE NUCLEAIRE-LISA
4, rue Larrey
49090 Angers Cedex 09

RAPPORT DE STAGE EMPLOI

TYPE DE STAGE / EMPLOI * : (stage I3)

AUTEUR * : PIANETA Dimitri

DATES * : 1^{er} mars au 17 septembre 2010

(*) A remplacer par le type de stage, vos prénom nom et dates de stage (**) Cf Guide relations entreprises

NIVEAU DE CONFIDENTIALITE **

Aucune



Niveau I



Niveau II



Niveau III



TITRE

**L'interpolation d'images :
Application à l'imagerie médicale**

Responsable de stage: Madame Christine CAVARO-MENARD

REMERCIEMENTS

Je remercie l'ensemble de l'équipe de l'antenne de traitement d'images médicales du LISA et plus particulièrement les différents stagiaires pour leur bonne ambiance de travail.

Je remercie Madame CAVARO-MENARD pour la confiance qu'elle m'a donnée concernant le travail à réaliser.

Je remercie le Docteur TANGUY, radiologue, pour son travail d'évaluation des images interpolées.

Je remercie aussi les différents auteurs des méthodes d'interpolation.

Je remercie aussi les aides du package DCM4CHE et les différents forums de Dicom (Digital Imaging and Communications in Médecine).

Je remercie mes nombreux professeurs qui m'ont enseigné les méthodes d'analyses pour réaliser un projet à bien.

Je remercie mes différents lecteurs : mes parents, madame CAVARO-MENARD et les différentes personnes qui m'ont conseillé dans la rédaction de ce rapport.

Je remercie les professeurs de l'ESEO, l'administration mes collègues de promotion pour leur soutien.

Tables des matières

Introduction	4
PARTIE A : Présentation de l'entreprise	5
I) Lieux :	5
II) Le groupe LISA :	6
III) Le travail effectué :	7
PARTIE B : Projet.....	9
I) Cahier des charges :	9
II) Base de l'interpolation :	13
III) Famille des interpolations polynômiales :	15
a) Les noyaux :	15
b) Interpolation par réplication :	16
c) Interpolation linéaire :	17
d) Interpolation bilinéaire :	19
e) Interpolation quadratique :	21
f) Interpolation de Lanczos:	37
IV) Méthode basée sur le contour local :	39
1) EDI :	39
2) Edge guided interpolation :	43
3) NEDI :	49
4) iNEDI :	57
5) ICBI.....	64
6) IEDI :	69
7) MEDI :	73
8) Non-local Image interpolated	79
9) Nonlocal Edge-directed Interpolated :	82
V) Méthode basée sur les ondelettes :	86
VI) Méthode basée edge locale de base :	92
PARTIE C : Résultat	104
I) Les fonctions de base :	104
II) Résultat sur des images médicales :	105
Discussion	108
Conclusion.....	109
Résumé.....	110
REFERENCE	111
I) Méthode de vérification dans les images:.....	115
II) Fast edge directed polynomial interpolation	118
III) Restauration base sur les interpolations :	122
IV) Pyramide Laplacienne :	123
V) Covariance	126
VI) Artéfact dans les images IRM :	131

Introduction

En moins de 30 ans, l'imagerie médicale est devenue un élément fondamental de nombreuses démarches diagnostiques. Les modalités d'imagerie sont nombreuses (IRM, radiologie, scintigraphie, échographie, microscopie...) et permettent d'obtenir des informations complémentaires pour une détection et une caractérisation optimale des pathologies.

L'analyse des images se fait par des radiologues sur des stations de visualisation dédiées. Ces stations offrent différents outils d'aide au diagnostic tels que le fenêtrage, la reconstruction 3D, la création de région d'intérêt et l'interpolation. De nombreuses méthodologies d'interpolation existent et ont été développées en général pour l'imagerie naturelle. Mais quelle méthode est la plus adaptée à l'IRM ? Cette question constitue le sujet de ce rapport.

Le terme interpolation vient du latin « interpolare » qui signifie étymologiquement « polir entre ». L'interpolation consiste à approximer une fonction continue étant donné un échantillonnage discret de ses valeurs. C'est un problème qui se retrouve déjà dans les civilisations antiques, à savoir en Grèce, en Chine, voire à Babylone.

L'article de Meijering nous présente les principales méthodes d'interpolation [60]. Pour augmenter la résolution de l'image, on doit augmenter le nombre des pixels qui la composent. On constate que cette opération n'apporte aucune nouvelle information, et que l'on se place donc dans le cadre du sur-échantillonnage.

Très Bonne Lecture,

Dimitri

PARTIE A : Présentation de l'entreprise

I) Lieux :

Ce stage s'est déroulé au CHU¹ d'Angers (**figure 1**). J'ai travaillé dans l'antenne de traitement d'images médicales de l'équipe Signal Image du LISA.



Figure 1: Plan du CHU d'Angers

J'étais durant mon stage dans le bâtiment Larrey. Dans ce bâtiment, il y a différentes spécialités médicales :

- Cardiologie
- Chirurgie cardio-vasculaire
- Explorations fonctionnelles cardiaques
- Explorations fonctionnelles respiratoires
- Explorations fonctionnelles vasculaires
- Hémodialyse
- Néphrologie- Hémodialyse
- Neurochirurgie
- Pneumologie
- Radiologie C (Imagerie médicale)
- Unité de Réanimation

Ce bâtiment est en partie dédié à **l'imagerie médicale**. Le bâtiment Larrey est équipé de :

- 12 salles de radiodiagnostic conventionnel
- 3 salles de radiologie vasculaire
- 4 échographes
- 2 scanners
- 2 appareils d'Imagerie par Résonance Magnétique Nucléaire – IRM² (25 % de l'utilisation d'un appareil est consacrée au Centre de Lutte Contre le Cancer)

¹ Centre Hospitalier Universitaire

II) Le groupe LISA :

Le LISA est un laboratoire de l'Université d'Angers. Sa création remonte à 1990. L'essentiel du travail de l'équipe Signal Image est centré sur le signal et l'imagerie médicale.

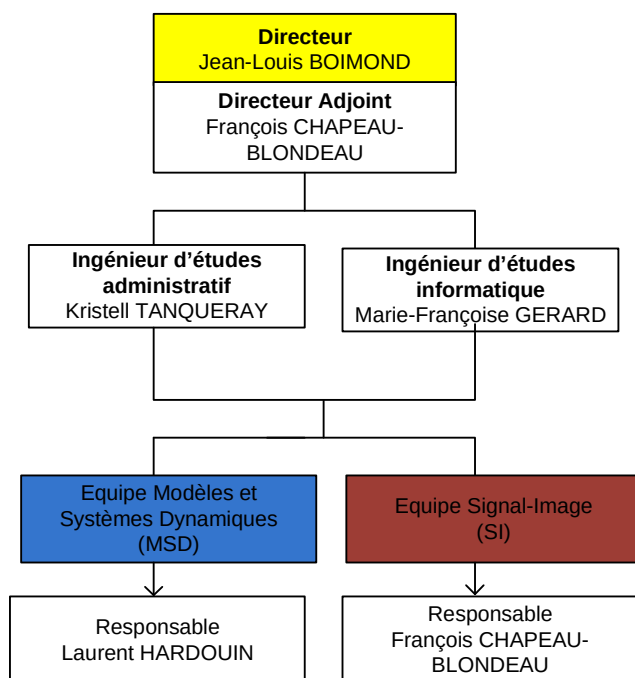
Les coordonnées du groupe LISA sont : LISA E4904 Université d'Angers 62 avenue Notre Dame du Lac 49000 Angers France. Le site internet est www.istia.univ-angers.fr/LISA; tél : 02 41 22 65 60.

Le LISA est composé de deux équipes interconnectées :

- Modèles et Systèmes Dynamiques (MSD)
- Signal-Image (SI)

L'effectif actuel est de :

- 33 enseignants-chercheurs ;
- 2 ingénieurs d'études ;
- 28 doctorants ;
- 2 Attachés Temporaire de Recherche et d'Enseignement ;
- 1 Post-doctorant



Thème 1 : Systèmes dynamiques et optimisation

Action 1 : Etude des systèmes dynamiques à événements discrets dans des algèbres de type (max, +)
L. Hardouin, B. Cottenceau, S. Lagrange, M. Lhommeau

Action 2 : Analyse des réseaux de transport
S. Lahaye, J.-L. Boimond

Action 3 : Extension de la classe des systèmes (max, +)
J.-L. Boimond, P. Declerck, S. Lahaye

Action 4 : Séquencement complexe et ordonnancement par réseaux de Petri
M. Bourcier, F. Bousseau, F. Guénard, J.-Y. Morel
Action 5 : Systèmes d'EDP et systèmes hybrides : analyse et optimisation
L. Autrique, J.-C. Jolly, M. Lhommeau, D. Rousseau, J.-L. Ferrier

Action 6 : Optimisation des systèmes de production et logistiques
E. Pinson, P. Chauvet, L. Peridy, D. Rivreau

Thème 1 : Signaux & processus complexe

Action 1 : Signaux & non-linéaire

F. Chapeau-Blondeau, D. Rousseau

Action 2 : Signaux & multiéchelle

F. Chapeau-Blondeau, A. Humeau, D. Rousseau, P. Richard, S. Nguyen

Thème 2 : Imagerie couleur et multicomposante

Action : Imagerie couleur et multicomposante

: Applications au domaine végétal
A. Clément, J. Rojas-Varela, B. Vigouroux

Thème 3 : Imagerie biomédical

Action 1 : Tomographie d'émission gamma par collimateur à trous larges et longs (TROLL-CACAO)
C. Jeanguillaume

Action 2 : Analyse d'images pour l'aide au diagnostic
C. Cavaro-Ménard, B. Vigouroux, A. Clément, J. Rojas-Varela, F. Chapeau-Blondeau, P. Richard

Action 3 : Codage d'images
C. Cavaro-Ménard, F. Chapeau-Blondeau, B. Vigouroux

Thème 2: Réalité virtuelle et robotique

Action 1: Réalité virtuelle: Simulation et interaction

P. Richard, J.-L. Ferrier, E. Richard-Mouchon, F. Chapeau-Blondeau

Action 2 : Calcul par intervalles pour l'automatique et la robotique
M. Lhommeau, S. Lagrange, N. Delanoue, L. Hardouin

Action 3 : Apprentissage pour la robotique
P. Lucidarme, L. Hardouin

² Imagerie Résonnance Magnétique

III) Le travail effectué :

Le diagramme ci-dessous (**Tableau 1**) décrit les différentes études réalisées pendant mon stage. Mon travail a consisté à faire un état de l'art le plus complet possible des méthodes d'interpolation, d'implémenter les méthodes non disponibles via le net, d'adapter si nécessaire ces méthodes aux images médicales et plus particulièrement aux IRMs.

Je me suis concentré dans ce stage à étudier les méthodes les plus rapides (pour une utilisation en routine clinique) et applicables aux images médicales qui sont en fait des images monochromes donc chaque niveau de gris est codé sur 16 bits. Par exemple, je n'ai pas traité les méthodes basées sur les réseaux de neurones qui nécessitent des temps de calcul trop importants. Je suis arrivé à traiter et adapter aux images médicales (voire implémenter pour certaines méthodes) les méthodes présentées dans le **tableau 1** après de longues recherches et en me posant des questions sur comment développer les codes en langage Matlab.

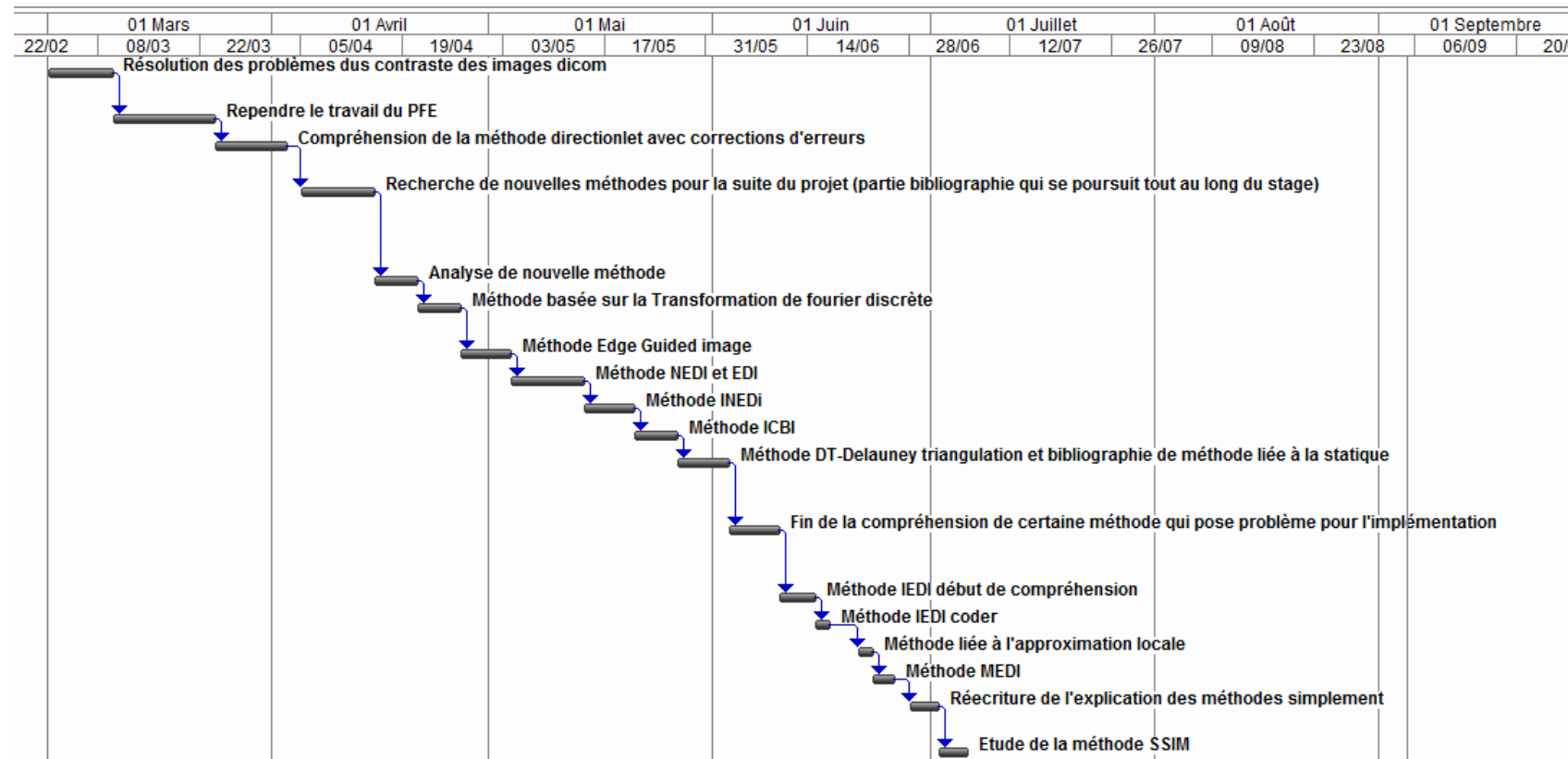
Pour certaines méthodes d'interpolation, j'ai utilisé les codes disponibles sur Internet après avoir compris la méthodologie. J'ai alors pu commenter les programmes pour permettre une compréhension plus facile des différentes étapes du programme. Mais j'ai également développé de nombreux programmes selon les articles en anglais présentant les méthodes.

L'objectif de mon stage était de faire un état de l'art des méthodes d'interpolation et de trouver la méthode ou les méthodes les plus adaptées aux images d'IRM. Ces méthodes doivent être rapides tout en restant efficaces (sans artéfact et sans rendre floue l'image - voir la partie B de ce document).

Mon travail pendant mon stage a été multiple :

- Bibliographie des méthodes d'interpolation les plus récentes (tous les articles récupérés étaient en anglais).
- Compréhension des méthodologies d'interpolation.
- Si le programme lié à une méthode était disponible, il m'a fallu commenter le programme et l'adapter pour qu'il puisse traiter des images médicales au format Dicom.
- Sinon, implémentation de la méthode.
- Réalisation de différentes synthèses sur le standard Dicom.

Tableau 1



PARTIE B : Projet

I) Cahier des charges :

L'objectif de mon stage est de faire un état de l'art des méthodes d'interpolation en imagerie et de tester les différentes méthodes sur des images d'IRM afin de définir la ou les méthodes les plus adaptées à ce type d'images pour une qualité diagnostique optimale.

Toutes les images utilisées sont au format Dicom (Digital Communications in Medicine) qui permet d'insérer dans le fichier image des informations textuelles sur le patient et l'examen (l'adresse, la date de l'examen, nombre de pixel....).

Les articles descriptifs des méthodes d'interpolation sont généralement en anglais. Pour certaines méthodes, les algorithmes étaient disponibles sur le net. Il m'a fallu comprendre, tester et souvent adapter les algorithmes aux images IRM. Ces images sont des images monochromes dont l'intensité d'un pixel est liée aux caractéristiques physiques d'un tissu.

Certaines méthodes ont du être implémentées **tableau 2**.

Mon travail doit finalement répondre aux deux questions suivantes : Quelle est la méthode d'interpolation la plus adaptée à l'IRM ? Quelle méthode optimisera la détection des lésions tâche primordiale du processus diagnostique?

La partie B de mon mémoire est constituée de 7 sections. J'introduirai tout d'abord les bases de l'interpolation en imagerie, dans la deuxième section je présenterai les différentes méthodes d'interpolations polynômiales, les méthodes basées sur le contour local seront présentées dans la troisième section, suivront alors dans les sections 5 et 6 respectivement les méthodes utilisant la transformée en ondelette et les méthodes basées sur le travail statique et les réseaux de neurones. Je finirai cette partie par un bilan des différentes méthodes d'interpolation et l'évaluation des méthodes d'interpolation par un radiologue.

Tableau 2 : Bilan des méthodes étudiées

Méthode	Référence bibliographique	Fonction	Temps de traitement sur une image 256x256*	Paramètres originaux	Paramètres après interpolation	Commentaires
Linéaire	http://homemath.imingo.net/interpol.html	interp2 (Matlab)	instantané	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Problème : Aucun Apport : Compréhension de la méthode
Bi-cubic	[5]	interp2 (Matlab)	instantané	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : -50 Max : 1877 Wcentre : 889 Wwidth : 1827	Problème : Fenêtrage due à la fonction polynômiale Apport : Modification du fenêtrage + compréhension
B-Spline	[8] [55]	interp2 (Matlab)	instantané	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : -125 Max : 1827 Wcentre : 851 Wwidth : 1952	Problème : Fenêtrage Apport : Modification du fenêtrage + compréhension
Nearest	dpreview.com/learn/?/Glossary/Digital_Imaging/Interpolation_01.html	interp2 (Matlab)	instantané	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Problème : Fenêtrage Apport : Modification du fenêtrage + compréhension
TTF	Matlab center	fftInterpolate(in,fac)	instantané	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : -93 Max : 1833 Wcentre : 870 Wwidth : 1926	Apport : Modification du fenêtrage + compréhension + modification entête dicom

NEDI	[17]	NEDI2(IM, ZK, SZ) NEDI2_step1(IM, ZK, CL,maxi) NEDI2_step2(IMGXP)	28 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth :1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Problème : Code original un peu confus pour le fonctionnement Apport : Mise en place de commandes de changement du nombre de pixels et gestion de la couleur + compréhension de la méthode
ICBI	[21]	icbi(IM, ZK, PF, ST, TM, TC, SC, TS, AL, BT, GM)	49 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth :1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : compréhension de la méthode
INEDI	[19]	inedi2(IM, ZK, MT, ML, BT, BS, SZ, VR) inedi_step1 et inedi_step2	30 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth :1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : compréhension de la méthode
MEDI	[22]	MEDI(IM, SZ) MEDI_step1(IM, ZK, CL, maxi)	29 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : compréhension + implémentation
IEDI	[55]	iedi	28 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth :1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth :1158	Apport : codage la méthode + compréhension
Edge-Guided Image	[16]	esintp(l)	21 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : Codage la méthode + compréhension
EDI-modifier	[14]	Hybrid(IM, SZ)	9 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth :1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : Codage la méthode + compréhension

Adaptive Zooming Algorithm	[58]	adaptive_picture_Zoom(IM, SZ), adaptive_step1(IM, CL, ZK, Wt), adaptive_step2(IMG, Wt)	2 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : Codage la méthode + compréhension
NLEDI	[23]	NLEDI(IM, SZ) NLEDI_step1(IM, ZK, CL, maxi) NLEDI_step2(IMGXP)	294secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : Codage la méthode edge et non-local noisy + compréhension des deux principes
Directional interpolation			30 secondes	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : Correction du code et modification pour le fenêtrage dicom + compréhension
DT-Delauney Triangle-based	[57]	griddata de matlab	Trop long	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Min : 0 Max : 1827 Wcentre : 531 Wwidth : 1158	Apport : compréhension + implémentation de la toolbox

Légende :

	Méthode basée sur les polynômes		méthode basée sur les ondelettes
	Méthode basée sur les contours de régions locales		
	Méthode basée sur les réseaux de neurone, statistique		

* Sur le PC test: ASUS N61J

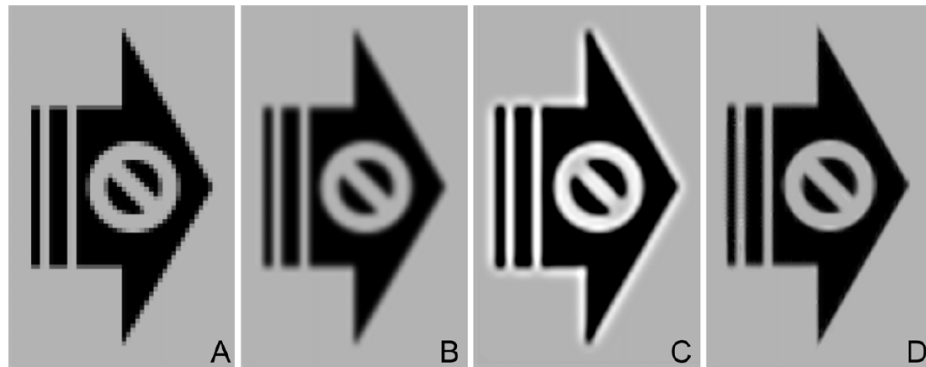
intel core i7 1,6GHz à 2,8GHz

II) Base de l'interpolation :

L'interpolation a pour but d'agrandir une image. L'image résultat de l'interpolation doit respecter 6 conditions :

- (1) Invariance de géométrie : Les méthodes d'interpolation doivent préserver la géométrie et la taille des pixels.
- (2) Invariance du contraste : Les méthodes d'interpolation doivent préserver la luminance des valeurs de l'ensemble des pixels de l'image.
- (3) Pas d'introduction d'artéfact : Les méthodes d'interpolation ne doivent pas rajouter de bruit à l'image originale ou d'artéfacts sur l'image.
- (4) Préservation des bords : Les méthodes d'interpolation doivent préserver les bords et contours de l'image initiale.
- (5) Pas d'Aliasing : Les méthodes ne doivent pas produire de contours en marche d'escalier.
- (6) Préservation de la texture : Les méthodes d'interpolation ne doivent pas générer de flou ou de régions de texture lisse.

La matrice de l'image originale est souvent notée dans la littérature image « basse résolution » ou LR. L'image interpolée est alors notée image « haute résolution » ou HR. L'image de haute résolution dépend de la méthode d'interpolation utilisée. Les images HR peuvent avoir des artéfacts dus à la méthode utilisée flou, aliasing, halo, artéfact de fréquence [1] (**figure 2**).



**Figure 2: les différentes erreurs de l'image HR,
A) Aliasing, B) Flou, C) Halo au niveau des contours, D) artéfact de fréquence**

Dans notre étude, nous nous sommes limités à l'interpolation spatiale des images 2D.

Soit x ou i l'abscisse d'un pixel dans l'image courante.

Soit y ou j l'ordonnée d'un pixel dans l'image courante.

Dans Dicom deux étiquettes indiquent le nombre de ligne de la matrice –Rows- et le nombre de colonne de la matrice –Columns-.

Soit $s(x,y)$ l'intensité du pixel de coordonnées (x,y) de la matrice image source.

Nous pouvons écrire que l'interpolation d'un signal 2D (ici l'image s) est le produit de convolution de la matrice s avec un noyau continu d'un filtre 2D **(1)**.

$$\hat{s}(x,y) = \sum_k \sum_l s(k,l) h_{2D}(x-k, y-l) \quad (1)$$

Avec l et k les positions discrètes d'un pixel dans l'image source s , $h_{2D}(x,y)$ la réponse de l'impulsion continue du filtre de reconstruction.

En général, $h(x,y)$ est à noyaux séparables et symétriques ce qui permet de réduire la complexité de calcul.

D'après la théorie d'échantillonnage de Nyquist-Shanon, il est dit que dans le plan de Fourier d'interpolation idéale est réalisée par une fonction rectangulaire (**figure 3.a**) qui devient après transformation de Fourier inverse une fonction sinus cardinal (sinc) (**figure 3.b**)[1][3].

On obtient la formule suivante :

$$Ideal\ h(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} = \text{sinc}(x) \quad (2)$$

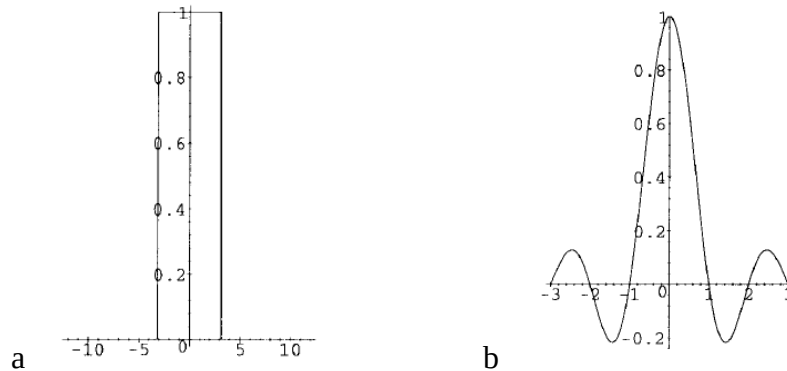


Figure 3: Interpolation idéale
a) représentation dans l'espace de Fourier (fonction rectangulaire)
b) fonction sinus cardinal

Nous allons démontrer que la fonction sinus cardinal est la fonction transformée de Fourier inverse de la fonction rectangulaire (3).

Soit $X(f)$ un signal rectangulaire d'amplitude 1 comme la **figure 3 a**.

$$x(f) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1/2 \\ 1 & \text{si } -1/2 \leq x < 1/2 \\ 0 & \text{si } 1/2 \leq x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} h(t) &= X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(f) e^{-j2\pi ft} df \\ &= \int_{-1/2}^{1/2} e^{-j2\pi ft} df \\ &= \frac{1}{-j2\pi f} \left[e^{-j2\pi ft} \right]_{-1/2}^{1/2} \\ &= \frac{1}{-j2\pi f} \left[e^{-j\pi fT} - e^{+j\pi fT} \right] \\ &= T \frac{1}{\pi fT} \frac{1}{2j} \left[e^{-j\pi fT} - e^{+j\pi fT} \right] \\ &= T \frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} = \text{sinc}(\pi fT) \end{aligned} \quad (3)$$

Avec T la période de l'échantillon, f la fréquence d'impulsion.

La fonction de transfert d'interpolation doit donc être proche de la fonction sinc afin d'être idéale. On remarque sur la **figure 3** que la fonction idéale est positive de 0 à 1 et négative de 1 à 2.

La fonction d'interpolation devra donc satisfaire les conditions suivantes :

$$\begin{cases} h(0) = 1 \\ h(x) = 0, \text{ pour } |x| = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (4)$$

La fonction $h(x)$ doit satisfaire la condition de partition d'unité [3]. Une partition d'unité d'un espace topologique X est un ensemble de fonctions continues de X , d'intervalle $[0,1]$, telle que pour chaque valeur entière :

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(d+k) \equiv 1 \quad (5)$$

III) Famille des interpolations polynômiales :

Le noyau $h(x)$ d'une fonction d'interpolation polynomiale d'ordre n est défini comme suit [3] :

$$h(x) = \begin{cases} a_{ni}|x|^n + \dots + a_{1i}|x| + a_0 & \text{if } i \leq |x| < i+1 \\ 0 & \text{if } m \leq |x| \end{cases} \quad (6)$$

où $i = 0, 1, \dots, m-1$.

Pour réduire la complexité de calcul, il est préférable d'utiliser des fonctions d'interpolation à noyaux séparables :

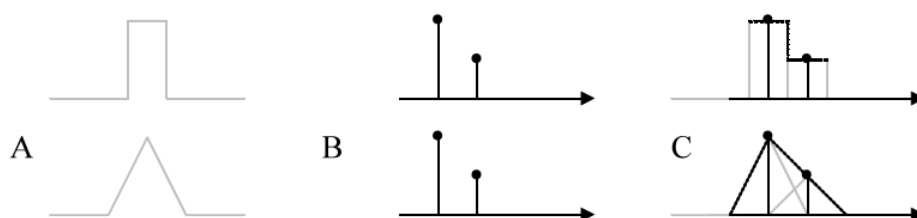
$$h(x,y) = h(x) \cdot h(y)$$

avec par exemple la fonction h symétrique : $h(x) = h(-x)$

a) Les noyaux :

Les méthodes d'interpolation d'ordre 0 et 1 s'appuient sur les plus proches voisins.

Pour un signal 1D, la convolution est la somme au cours du temps du signal à interpoler dont chaque échantillon est multiplié par le noyau. (**figure 4**)



**Figure 4: Noyaux d'interpolation d'ordre 0 (haut) et 1 (bas) .
(A) Noyaux. (B) Signal 1D à interpoler. (C) Signal 1D interpolé.**

Prenons un exemple simple:

On interpole un signal à 2 valeurs en considérant le noyau d'interpolation triangulaire (interpolation linéaire) de facteur 4 (le signal interpolé aura donc 8 valeurs). Les valeurs connues seront donc espacées de 4 et l'interpolation se passera comme indiqué sur la **figure 5**

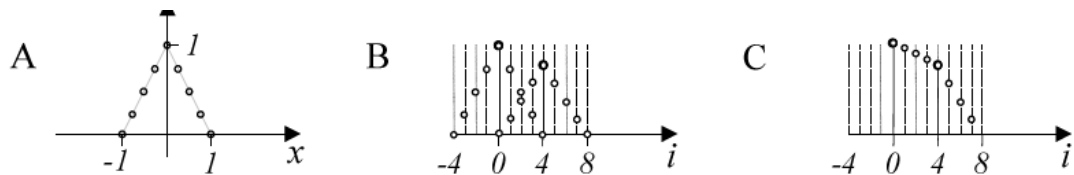


Figure 5 : Interpolation linéaire. Le noyau est défini avec x variant de -1 à 1 par pas de $1/4$ ("facteur" soit $1/4$) (A). Les noyaux sont multipliés par les valeurs connues (B) puis additionnés (C). Il y a autant de noyaux que de valeurs connues.

b) Interpolation par réplication :

La méthode « nearest » ou interpolation par réplication est la méthode la plus simple d'interpolation. Elle utilise un polynôme d'ordre 0. Elle consiste à répliquer dans un pixel la valeur du plus proche voisin connu (**figure 6**). Le spectre de Fourier du noyau est une fonction sinus cardinal (**figure 7**).

Soit $h_1(x)$ le système d'équations décrivant le filtre de réponse discret de la **figure 7**.

$$h_1(x) = \begin{cases} 1, & \text{pour } 0 \leq |x| \leq 0,5 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (7)$$

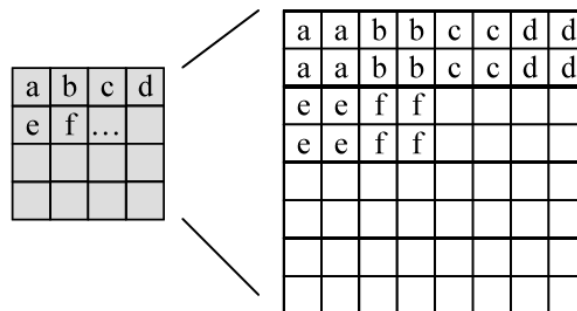


Figure 6: Interpolation par réplication

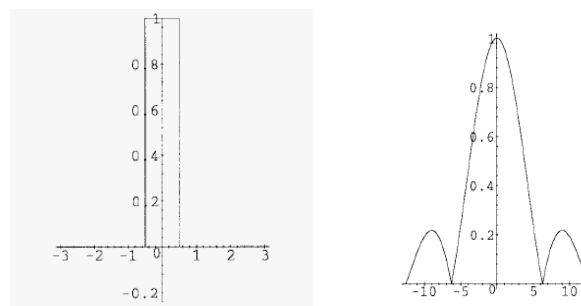


Figure 7 : Interpolation par réplication
a) Noyau, b) Transformée de Fourier

Avantage : Méthode simple

Inconvénient : Mauvais rendu sur les contours des régions : contour en forme de marches d'escalier

Résultat sur une image IRM :

La figure 8 montre une image originale (figure 8a) et l'image interpolée par réplication correspondante (figure 8b).

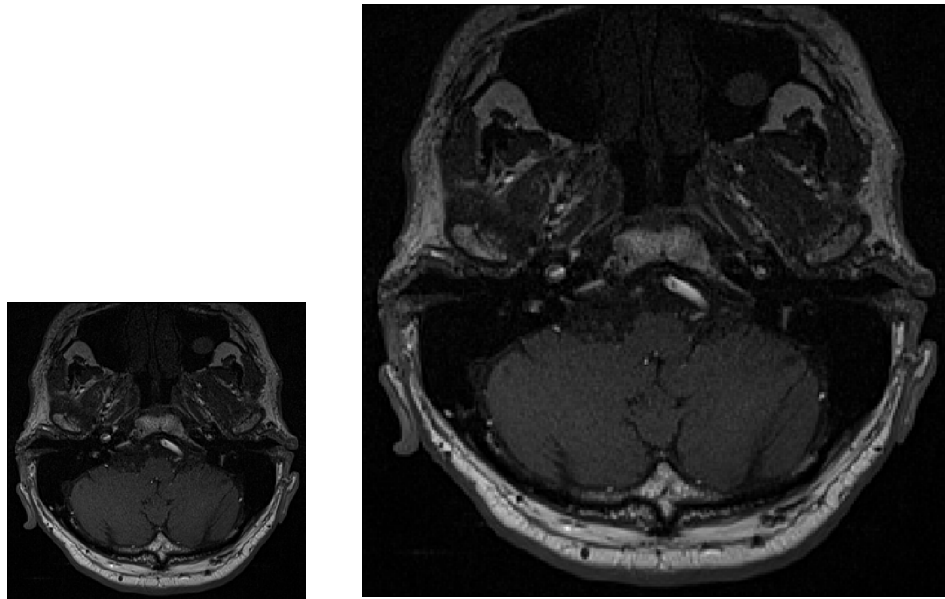


Figure 8: a) Image originale b) Image interpolée (zoom x2)

Plus localement (figure 9), nous pouvons voir un effet de bloc gênant pour le diagnostic.

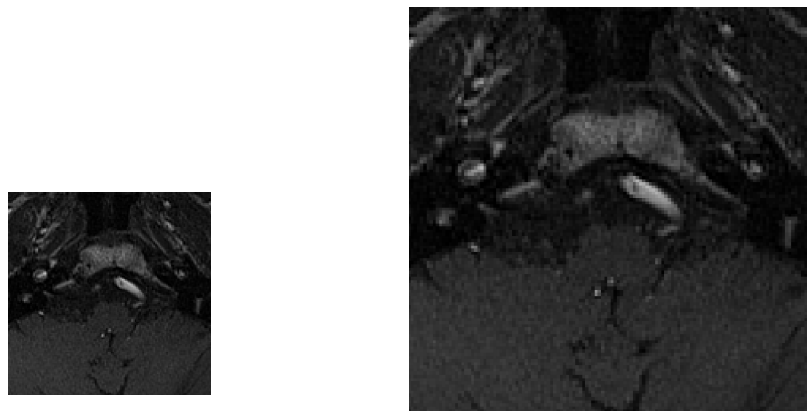


Figure 9: a) Image originale b) image interpolé x2

c) Interpolation linéaire :

Dans le cas d'une interpolation linéaire, une courbe d'interpolation est une succession de segments entre deux points p_1 et p_2 de coordonnées respectives (x_1, y_1) et (x_2, y_2) de l'image originale. L'interpolation est donnée par la formule suivante :

$$y = a.(x - x_1) + y_1 \quad (8)$$

Avec la pente a qui s'exprime comme

$$a = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) \quad (9)$$

L'approximation de la fonction sinus cardinal (sinc) est ici une fonction triangulaire **(10)** :

$$h(x) = tri(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{si } -1 \leq |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (10)$$

Notons h' la dérivée de h par rapport à x . Alors :

$$H(x) = X(x) = \int_{t=-\infty}^{+\infty} h(x) e^{-j2\pi x t} dt \quad (11)$$

$$F[h'(x)](t) = 2j\pi F[h](t)$$

Pour permettre d'effectuer le calcul de la transformée de Fourier du signal triangulaire, nous devons utiliser la relation de la dérivée $\frac{d^n[x(t)]}{dt^n} \xleftrightarrow{TF} (j2\pi f)^n$ avec $x(t)$ le signal d'entrée.

Soit le signal $h(x)$ après dérivation selon x .

$$\forall x < 0 \quad h'(x) = -1$$

$$\forall x > 0 \quad h'(x) = +1$$

Soit $f(x) = \text{rect}(x)$ la fonction porte :

$$\begin{cases} \text{si } x \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] & \text{rect}(x) = 1 \\ \text{si } x \notin \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right] & \text{rect}(x) = 0 \end{cases}$$

Ce qui nous donne que $h'(x) = \text{rect}\left(x + \frac{T}{2}\right) - \text{rect}\left(x - \frac{T}{2}\right)$ **(12)**

La transformation de Fourier $F(u)$ du signal rectangulaire $f(x)$ se calcule comme :

$$\begin{aligned} F(u) &= \int_{u=-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi ux} dx = \int_{u=-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j2\pi ux} dx \\ &= \frac{1}{j2\pi T} (e^{+i\pi ux} - e^{-i\pi ux}) = T \text{sinc}(\pi T u) \end{aligned} \quad (13)$$

Propriété pour la translation dans Fourier :

Cas générale : $x(t) e^{j2\pi f_0 t} \xleftrightarrow{TF} X(f - f_0) \quad \forall f_0 \in \mathbb{R}$

Cas particulier : $h'(x)$

J'écris que :

$$F[f(x - a)](u) = e^{-i2\pi au} F[f](u)$$

donc

$$\begin{aligned} F(h'(x))(u) &= e^{j2\pi \frac{T}{2} u} \text{sinc}(\pi T u) - e^{-j2\pi \frac{T}{2} u} \text{sinc}(\pi T u) = 2jT \sin(\pi T u) \text{sinc}(\pi T u) \\ &= 2j\pi T^2 \text{sinc}^2(\pi T u) \end{aligned} \quad (14)$$

Soit en identifiant :

$$F[h'(x)](t) = 2j\pi F[h](t)$$

$$F[h(x)](u) = T^2 \text{sinc}^2(\pi T u) \rightarrow \text{Transformé de Fourier de l'interpolation linéaire}$$

$$\text{Ici } T = 1 \text{ donc } F[h(x)](u) = \text{sinc}^2(\pi u) \quad (15)$$

L'équation 14 est représentée sur la **figure 10 a)** équation 15 et l'équation 15 sur la **figure 10 b)**.

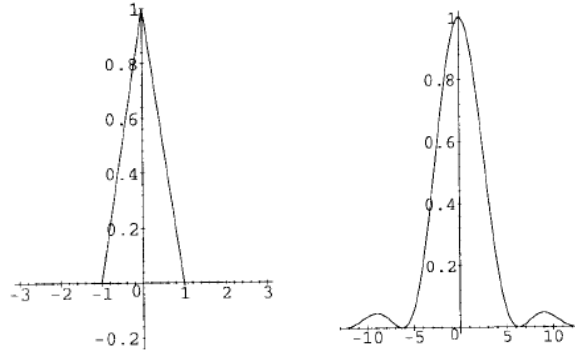


Figure 10 : Interpolation linéaire a) Noyau b) Transformée de Fourier

Avantage : méthode simple qui consiste à prendre la moyenne de deux valeurs. Elle est rapide.

Inconvénient : manque de précision (l'erreur est proportionnelle au carré de la distance entre les nœuds), flou sur les contours

d) Interpolation bilinéaire :

L'extension à 2 dimensions, ou interpolation bilinéaire, consiste à effectuer la moyenne sur les 4 points les plus proches. Si les points de la grille sont équirépartis, cela consiste à appliquer successivement une interpolation linéaire sur les lignes puis sur les colonnes (**figure 11**). Il s'agit d'un produit tensoriel.

Les valeurs connues de l'image originale sont notées : $Q_{11}(x_1, y_1)$, $Q_{12}(x_1, y_2)$, $Q_{21}(x_2, y_1)$, $Q_{22}(x_2, y_2)$ (cf figure 11).

$R_1(x, y_1)$, $R_2(x, y_2)$ correspondent à des points intermédiaires comme indiqué figure 11.

$$\hat{s}(R_1) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} s(Q_{11}) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} s(Q_{12}) \quad (16)$$

$$\hat{s}(R_2) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} s(Q_{12}) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} s(Q_{22}) \quad (17)$$

Puis l'interpolation linéaire sur les colonnes permet d'obtenir la valeur cherchée :

$$\hat{s}(P) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} s(R_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} s(R_2) \quad (18)$$

La formule générale est :

$$\begin{aligned} \hat{s}(x, y) \approx & \frac{s(Q_{11})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x)(y_2 - y) + \frac{s(Q_{21})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x - x_1)(y_2 - y) \\ & + \frac{s(Q_{12})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x)(y - y_1) + \frac{s(Q_{22})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x - x_1)(y - y_1) \end{aligned} \quad (19)$$

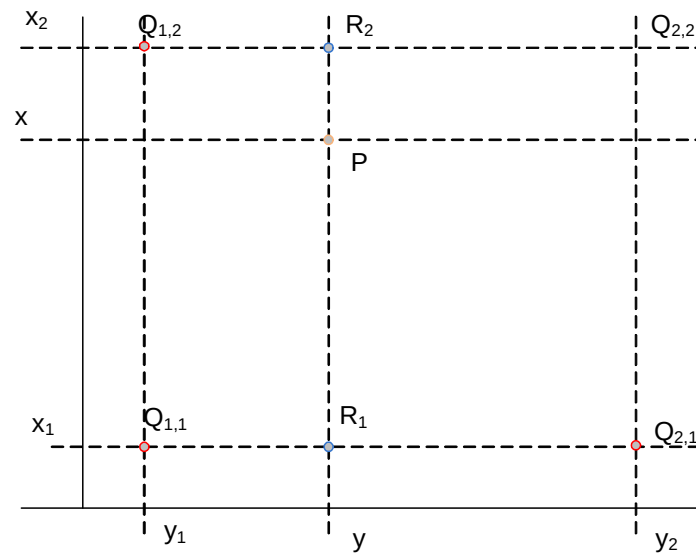


Figure 11 : Interpolation bilinéaire.

Avantage : plus rapide que l'interpolation linéaire utilisable pour les images 2D ou 3D.

Résultat sur une IRM :

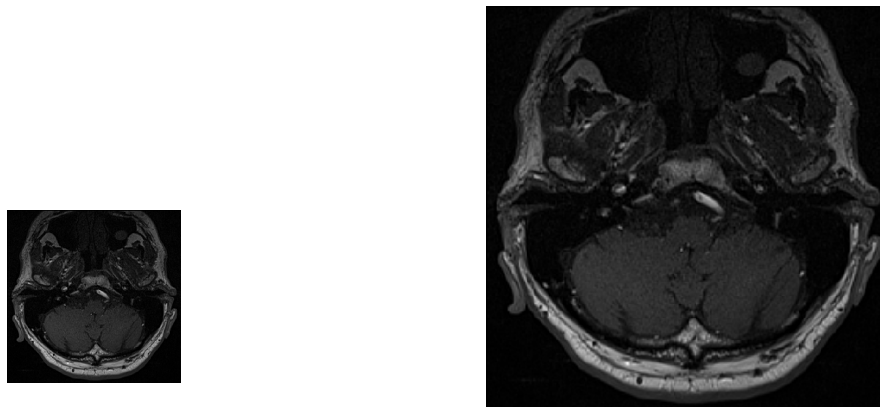
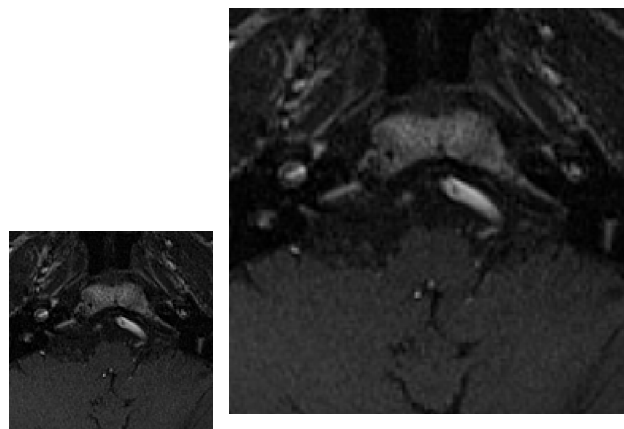


Figure 12 : a) Image originale b) image interpolée x2

Les deux images suivantes correspondent à une zone de l'image originale et de l'image interpolée.



**Figure 13 : a) Image originale
b) Image interpolée x2.**

e) Interpolation quadratique :

L'interpolation quadratique est une méthode d'approximation du signal. L'exemple ci-dessous montre l'approximation dans l'image de la courbe contour des sommets des montagnes (**figure 14**).

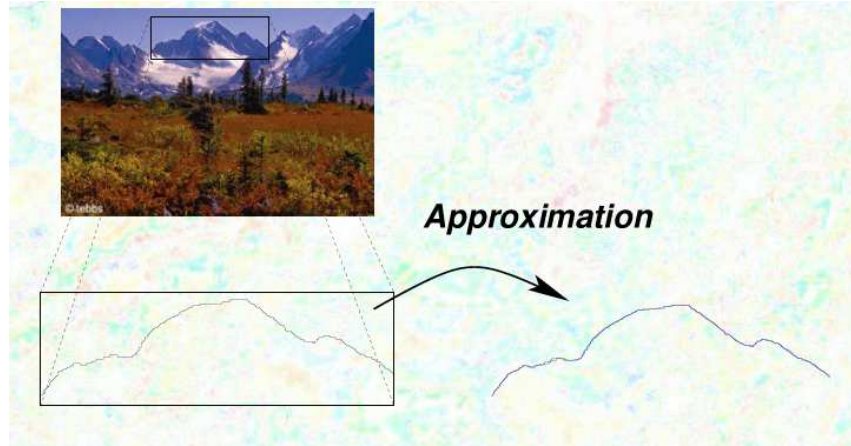


Figure 14 : Approximation des contours des sommets des montagnes

Soient des données expérimentales $s(x_1, y_1), s(x_2, y_2), \dots, s(x_n, y_n)$. Peut-on trouver une fonction qui capture l'allure globale des données tout en assurant une bonne prédiction des données manquantes ? En d'autres termes, peut-on utiliser les données expérimentales pour approcher $s(x)$, pour tout $x \neq x_k$? Pour cela nous devons :

1. Nous assurer que la fonction calculée f , qui représente les données, passe par tous les points : $y_k = s(x_k)$
2. Trouver une métrique qui permette de construire une fonction d'interpolation minimale :

$$s(x) = \min \sum_{i=0}^n y_i - \tilde{y}_i \quad (20)$$

- Si les points inconnus se trouvent à l'intérieur du domaine défini par $[x_0, x_n]$, on parle d'interpolation.
- Si les points inconnus se trouvent à l'extérieur du domaine défini par $[x_0, x_n]$, on parle d'extrapolation.

e-1) Interpolation quadratique :

L'interpolation quadratique est effectuée entre les trois points les plus proches, en utilisant trois polynômes de degré deux. L'image interpolée paraît moins floue. Cependant, l'effet de pixellisation est encore visible.

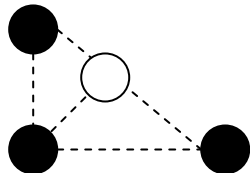


Figure 15 : Interpolation quadratique

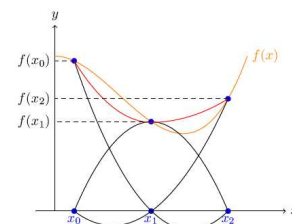


Figure 16 : courbe d'interpolation quadratique

Le système quadratique utilise des polynômes du deuxième ordre :

$${}^{Quad}h_3(x) = \begin{cases} A_1|x|^2 + B_1|x| + C_1 & \text{si } 0 \leq |x| < \frac{1}{2} \\ A_2|x|^2 + B_2|x| + C_2 & \text{si } \frac{1}{2} \leq |x| < \frac{3}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{3}{2} > |x| \end{cases} \quad (21)$$

La dérivée de $h_3(s)$:

$${}^{Quad}h'_3(x) = \begin{cases} 2A_1|x| + B_1 \\ 2A_2|x| + B_2 \\ 0 \end{cases} \quad (22)$$

Une première étape étudie les limites de la réponse impulsionnelle $h(x)$ sur les bornes données en (21).

Le noyau de l'interpolation quadratique doit donc vérifier la continuité :

$$\lim_{s \rightarrow 1/2^-} h_3(s) = A_1 \left| \frac{1}{2} \right|^2 + B_1 \left| \frac{1}{2} \right| + C_1$$

$$\lim_{s \rightarrow 1/2^+} h_3(s) = A_2 \left| \frac{1}{2} \right|^2 + B_2 \left| \frac{1}{2} \right| + C_2$$

Pour garder la continuité de la courbe, il faut que la limite $h_3(1/2^+) = h_3(1/2^-)$.

$$A_1 \left| \frac{1}{2} \right|^2 + B_1 \left| \frac{1}{2} \right| + \frac{1}{2} = A_2 \left| \frac{1}{2} \right|^2 + B_2 \left| \frac{1}{2} \right| + C_2 \quad (23)$$

$$h_3\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{9A_2}{4} + \frac{3B_2}{2} + C_2 = 0$$

Nous vérifions la continuité dans la dérivée de la fonction $h(x)$:

$$\lim_{s \rightarrow 1/2^-} h'_3(s) = 2A_1 \left| \frac{1}{2} \right| + B_1$$

$$\lim_{s \rightarrow 1/2^+} h'_3(s) = 2A_2 \left| \frac{1}{2} \right| + B_2$$

Or Alors $h'_3(1/2^-) = h'_3(1/2^+)$

Donc $A_1 + B_1 = A_2 + B_2$

$$\text{De plus } \lim_{s \rightarrow 3/2^+} h'_3(s) = 2A_2 \left| \frac{3}{2} \right| + B_2$$

De plus, h doit vérifier $h'(0) = 0$: donc $B_1 = 0$

$$\text{Donc } A_1 - A_2 - B_2 = A_1 - A_2 + 3A_2 = A_1 + 2A_2$$

D'après (5), doit vérifier $\sum_k h_3(d+k) \equiv 1$

$$\begin{aligned} A_1(0)+B_1(0)+C_1+A_2(0+1)+B_2(0+1)+C_2+A_2(1)+B_2(1)+C_2 &= 1 \\ C_1+2A_2+2B_2+2C_2 &= 1 \end{aligned} \quad (24)$$

En posant $A_2 = a$, nous obtenons le système à 4 équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{A_1}{4} + \frac{B_1}{2} + C_1 = \frac{a}{4} + \frac{B_2}{2} + C_2 \\ \frac{9a}{4} + \frac{3B_2}{2} + C_2 = 0 \\ 2a + A_1 = 0 \\ 2a + 2B_2 + 2C_2 + C_1 = 1 \end{cases}$$

Par identification rapide, $A_1 = -2a$.

Nous obtenons le nouveau système avec les variables obtenues :

$$\begin{cases} \frac{-2a}{4} + C_1 = \frac{a}{4} + \frac{B_2}{2} + C_2 \\ \frac{9a}{4} + \frac{3B_2}{2} + C_2 = 0 \\ 2a + 2B_2 + 2C_2 + C_1 = 1 \end{cases}$$

Par remplacement direct, nous obtenons :

$$C_2 = -\frac{9a}{4} - \frac{3B_2}{2} \quad (L_1)$$

$$\frac{-2a}{4} + 0 + C_1 = \frac{a}{4} + \frac{B_2}{2} + C_2 \Rightarrow C_1 = \frac{B_2}{2} + C_2 + \frac{3a}{4} = \frac{B_2}{2} - \frac{3B_2}{2} + \frac{3a}{4} - \frac{9a}{4}$$

$$C_1 = \frac{-2B_2}{2} - \frac{6a}{4} = -B_2 - \frac{3a}{2} \quad (L_2)$$

$$2a + 2B_2 + 2C_2 + C_1 = 1 \Rightarrow 2C_2 = 1 - C_1 - 2B_2 - 2a$$

$$2C_2 = 1 - C_1 - 2B_2 - 2a = 1 + B_2 + \frac{3a}{2} - 2B_2 - 2a = -B_2 + 1 - \frac{a}{2}$$

$$2C_2 = -B_2 + 1 - \frac{a}{2}$$

$$C_2 = -\frac{B_2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{a}{4} \quad (L_3)$$

Donc $(L_1) = (L_3)$

$$-\frac{9a}{4} - \frac{3B_2}{2} = -\frac{B_2}{2} + \frac{1}{2} - \frac{a}{4} \Rightarrow -\frac{3B_2}{2} + \frac{B_2}{2} = +\frac{1}{2} - \frac{a}{4} + \frac{9a}{4} \Rightarrow -\frac{2B_2}{2} = \frac{1}{2} + \frac{8a}{4}$$

$$-B_2 = \frac{1}{2} + 2a \Rightarrow B_2 = -\left(\frac{1}{2} + 2a\right) \quad (L_4)$$

Nous remplaçons dans l'ensemble des équations :

$$A_1 = 2a, \quad B_1 = 0 \quad \text{et} \quad C_1 = \frac{1}{2}(1+a),$$

$$A_2 = a, \quad B_2 = -\left(\frac{1}{2} + 2a\right) \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{3}{4}(1+a)$$

Ainsi :

$$h(x) = \begin{cases} -2a|x|^2 + 1/2(a+1) & \text{si } 0 \leq |x| < 1/2 \\ +a|x|^2 - (2a+1/2)|x| + 3/4(a+1) & \text{si } 1/2 \leq |x| < 3/2 \\ 0 & \end{cases} \quad (25)$$

e-2) Bicubique :

L'interpolation bicubique va au-delà de la méthode bilinéaire, en prenant en compte les 16 pixels les plus proches du point à interpoler. Comme ces pixels ne sont pas à la même distance, une plus grande importance est donnée aux pixels les plus proches [1].

La méthode d'interpolation bicubique $\hat{s}$ est définie par (26) quand (x,y) est un point dans le rectangle de sous-division $[x_j, x_{j+1}] \times [y_k, y_{k+1}]$.

$$\hat{s}(x, y) = \sum_{l=-1}^2 \sum_{m=-1}^2 c_{j+l, k+m} s\left(\frac{x - x_{j+l}}{h_x}\right) s\left(\frac{y - y_{k+m}}{h_y}\right) \quad (26)$$

Avec h le pas d'incrément, x_k et y_k les pixels connus de l'image source, c_k les coefficients d'approximations et s la fonction cubique (polynôme de degré 3), on simplifie l'écriture en écrivant que :

$$\hat{s}(x) = \sum_{k=-1}^{N+1} C_k s\left(\frac{x - x_k}{h}\right) = c_{-1}s(u+1) + c_0s(u) + c_1s(u-1) + c_2s(u-2)$$

$$\text{Avec } u = (x - x_0)/h \quad (27)$$

Avec j et k les coordonnées des pixels x_j et x_k l'équation (27) peut s'écrire :

$$\hat{s}(x_j) = \sum_k c_k s(j - k) \quad (28)$$

Soit le système quadratique $h(s)$ pour des polynômes de troisième ordre :

$$h(s) = \begin{cases} A_1|s|^3 + B_1|s|^2 + C_1|s| + D_1 & \text{si } 0 < |s| < 1 \\ A_2|s|^3 + B_2|s|^2 + C_2|s| + D_2 & \text{si } 1 < |s| < 2 \\ 0 & \text{si } 2 < |s| \end{cases} \quad (29)$$

Le but est de déterminer les coefficients A_i , B_i , et C_i .

D'après l'article [4], pour un polynôme d'ordre n , la fonction d'interpolation $h(s)$ est définie par :

$$h(s) = \begin{cases} a_m |s|^n + \dots + a_{1i}[s] + a_{0i} & \text{si } i \leq |x \leq i+1| \\ 0 & \text{si } m \leq |s| \end{cases} \quad (30)$$

où $i = 0, 1, \dots, m-1$ et $n = (2m-1)^2$

Il faut d'une part que la fonction respecte les conditions du système d'équations (4) et que le polynôme soit continu.

- i) $h(0) = 1$ et $h(s) = 0$ pour $|s| = 1, \dots, m-1$
- ii) La dérivée $n^{\text{ième}} h^{(n)}(s)$ doit être continue en $|s| = 0, 1, \dots, m$

Calculons aux bornes les limites de la fonction de transfert $h(k)$:

$$\lim_{s \rightarrow 0} h(0) = 1 = A_1 |0|^3 + B_1 0^2 + C_1(0) + D_1 = D_1$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} h(s) = 0 = A_1 |1|^3 + B_1 |1|^2 + C_1(1) + D_1$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} h(s) = 0 = A_2 |1|^2 + B_2 |1|^2 + C_2(1) + D_1$$

$$\lim_{s \rightarrow 2^-} h(s) = 0 = A_2 2^3 + B_2 |2|^2 + C_2(2) + D_2$$

Pour garder la continuité de la courbe, il faut que la limite $h_3(1^+) = h_3(1^-)$.

$$A_1 |1|^3 + B_1 |1|^2 + C_1 + D_1 = A_2 |1|^2 + B_2 1 + C_2 + D_2 \quad (31)$$

On calcule les dérivés aux bornes 0, 1 et 2.

$$\lim_{s \rightarrow 0} h'(s) = C_1 = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} h'(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} h'(s) = 3A_1 + 2B_1 + C_1 = 3A_2 + 2B_2 + C_2$$

$$\lim_{s \rightarrow 2^-} h'(s) = \lim_{s \rightarrow 2^+} h'(s) = 12A_2 + 4B_2 + C_2 = 0$$

En posant que $A_2 = a$, nous obtenons :

$$\begin{cases} 1 = D_1 \\ 0 = A_1 + B_1 + C_1 + 1 \\ 0 = a + B_2 + C_2 + D_2 \\ 0 = 8a + 4B_2 + 2C_2 + D_2 \\ -C_1 = C_1 \\ 3A_1 + 2B_1 + C_1 = 3a + 2B_2 + C_2 \\ 12a + 4B_2 + C_2 = 0 \end{cases} \quad (32)$$

D'après la continuité de la fonction en 0, nous avons $C_1 = 0$.

$$\begin{cases} 3A_1 + 2B_1 - 2B_2 - C_2 = 3a & (L_1) \\ A_1 + B_1 = -1 & (L_2) \\ B_2 + C_2 + D_2 = -a & (L_3) \\ 4B_2 + 2C_2 + D_2 = -8a & (L_4) \\ 4B_2 + C_2 = -12a & (L_5) \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} 3A_1 + 2B_1 - 3a - 2B_2 - C_2 = 0 & L_1 \leftarrow L_1 \\ -B_1 - 2B_2 - C_2 = 3a + 3 & L_2 \leftarrow L_1 - 3L_2 \\ B_2 + C_2 + D_2 = -a & L_3 \\ 4B_2 + 2C_2 + D_2 = -8a & L_4 \\ 4B_2 + C_2 = -12a & L_5 \end{cases} \quad (34)$$

$$\begin{cases} 3A_1 + 2B_1 - 2B_2 - C_2 = 3a & L_1 \leftarrow L_1 \\ -B_1 - 2B_2 - C_2 = 3a + 3 & L_2 \leftarrow L_2 \\ -B_1 + C_2 + 2D_2 = a + 3 & L_3 \leftarrow L_2 + 2L_3 \\ -2B_1 + D_2 = -2a + 6 & L_4 \leftarrow L_4 + 2L_2 \\ -2B_1 - C_2 = -6a + 6 & L_5 \leftarrow L_5 + 2L_2 \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} 3A_1 + 2B_1 - 3a - 2B_2 - C_2 = 0 & L_1 \\ -B_1 - 2B_2 - C_2 = 3a + 3 & L_2 \\ -B_1 + C_2 + 2D_2 = a + 3 & L_3 \leftarrow L_3 \\ 3B_1 = -3a - 9 & L_4 \leftarrow L_3 - 2L_4 \\ -B_1 - 2D_2 = -7a + 3 & L_5 \leftarrow L_5 - L_3 \end{cases} \quad (36)$$

$$3A_1 = -2B_1 + 3a + 2B_2 + C_2 = 2a + 6 + 3a - 10a + 8a = 3a + 6 \rightarrow A_1 = a + 2$$

$$B_1 = -(a + 3)$$

$$C_1 = 0$$

$$D_1 = 1$$

$$A_2 = a$$

$$-2B_2 = 3a + 3 + C_2 + B_1 = 3a + 3 + 8a - a - 3 = 10a \rightarrow B_2 = -5a$$

$$C_2 = a + 3 - 2D_2 + B_1 = a + 3 + 8a - a - 3 = 8a$$

$$D_2 = (-7a + 3 - a - 3)/2 = -8/2 = -4a$$

En remplaçant dans le système (33), nous obtenons :

$$h(s) = \begin{cases} (a+2)|s|^3 - (a+3)|s|^2 + 1 & \text{si } 0 \leq |s| < 1 \\ a|s|^3 - 5a|s|^2 + 8as - 4a & \text{si } 1 \leq |s| < 2 \\ 0 & \text{si } 2 < |s| \end{cases} \quad (37)$$

Dans de nombreux articles a est choisi égal à $1/2$ [5]. On obtient alors :

$$h(s) = \begin{cases} \frac{3}{2}|s|^3 - \frac{5}{2}|s|^2 + 1 & \text{si } 0 < |s| < 1 \\ -\frac{1}{2}|s|^3 + \frac{5}{2}|s|^2 - 4|s| + 2 & \text{si } 1 < |s| < 2 \\ 0 & \text{si } 2 < |s| \end{cases} \quad (38)$$

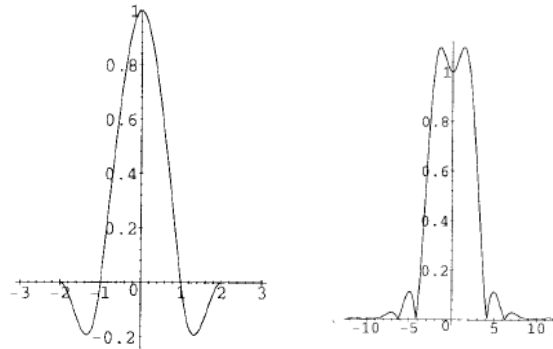


Figure 17 : Interpolation bi-cubic a) noyau pour N=4 b) Transformée de Fourier

Avantage : Méthode classique, très rapide

Inconvénient : augmentation des artefacts, apparition de marche d'escalier sur les bords des régions

Résultat sur une image IRM :

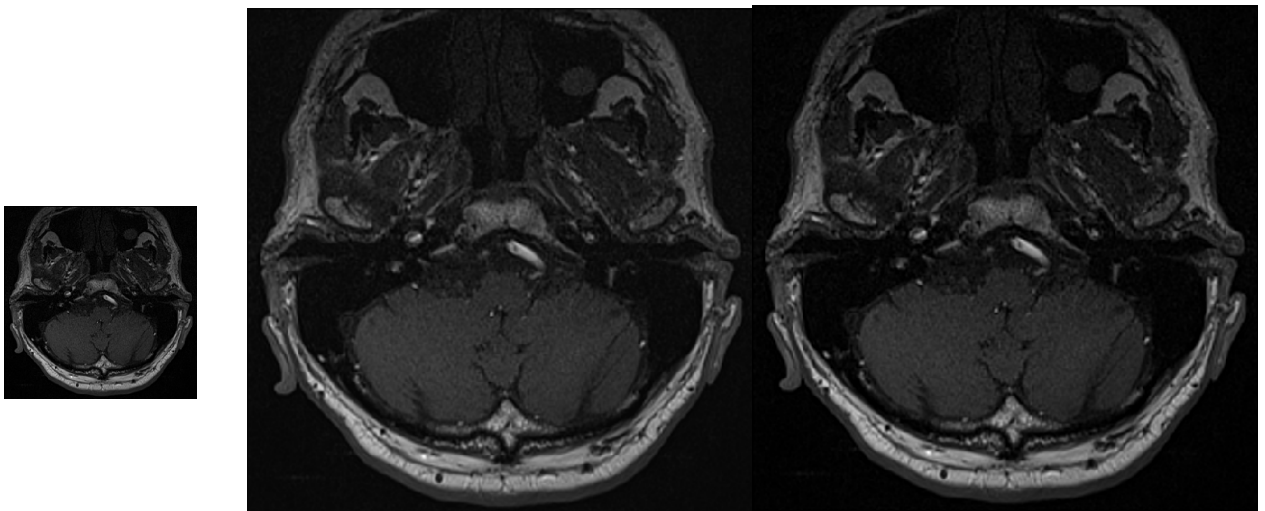


Figure 18: a) Image Originale, b) Image interpolé x2 c) Image interpolé x2 après réglage de la fenêtre de contraste

Les deux images suivantes correspondent à une zone de l'image originale et de l'image interpolée par la méthode bicubique.

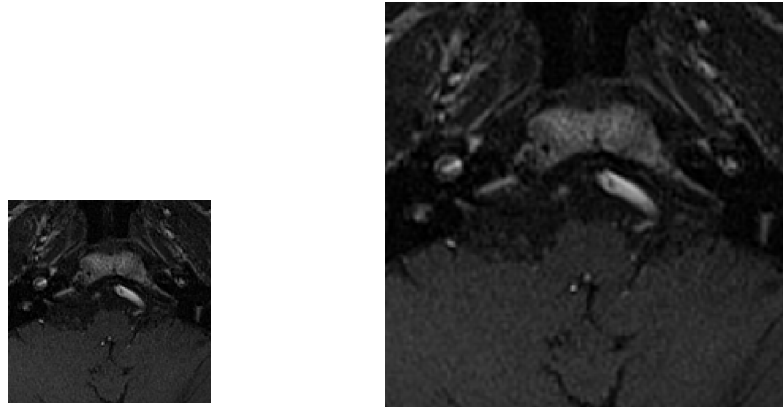


Figure 18: a) Image originale b) Image interpolée x2

On peut voir que cette méthode a une variation d'intensité dans son échelle de gris (**figure 18 a et b**). Cette variation est due à la méthode d'interpolation bicubique qui calcule des coefficients d'estimation parfois supérieure à la plage de gris de l'image originale. La figure 19 montre un exemple de ce problème avec l'interpolation bi-spline (comparée à l'interpolation linéaire).

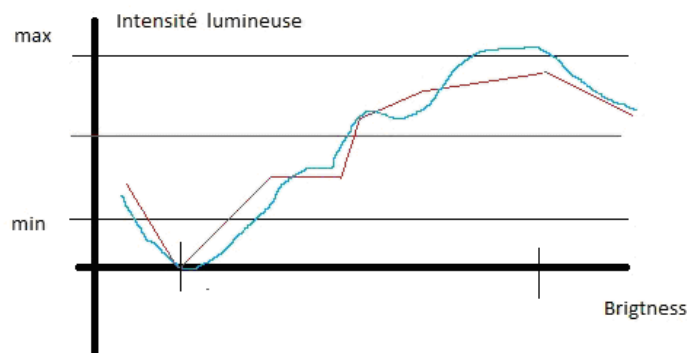


Figure 19: Courbe mauve : interpolation linéaire (utilisation de droites affines). Courbe bleu : interpolation B-spline. Dans le cas de l'interpolation BSpline, quelques valeurs approximées se trouvent supérieures aux valeurs min et max de l'image originale.

Les images médicales sont dans un standard appelé Dicom. Ce sont des matrices de type monochrome dont l'intensité d'un pixel est liée aux caractéristiques physiques du tissu. Certaines méthodes d'interpolation modifient les valeurs du fenêtrage dans l'en-tête Dicom ce qui génère un contraste d'affichage différent comparé à celui de l'image originale. J'ai donc du résoudre ce problème en implémentant un petit code en java pour modifier l'en-tête Dicom de la matrice HR.

Mais à quoi sert le fenêtrage ?

On sait que les images médicales sont plus riches en niveau de gris que les images naturelles. L'amplitude de chaque pixel ou voxel est codée sur 16 bits. On peut se poser la question suivante : Pourquoi utiliser autant de niveaux de gris, alors que d'une part l'œil n'est pas capable d'en différencier autant et que d'autre par la majorité des écrans de visualisation sont des LCD 8-bits ?

En fait, pour établir leur diagnostic les radiologues ont l'habitude, avec les films argentiques, d'utiliser toute la dynamique des 4 096 niveaux de gris. Et lorsque le radiologue utilise des écrans 8 bits, il réalise un fenêtrage de l'intensité afin d'augmenter le contraste au niveau de l'organe ou de la pathologie à mettre en évidence.

Nous pouvons résumer le fenêtrage par ce schéma :

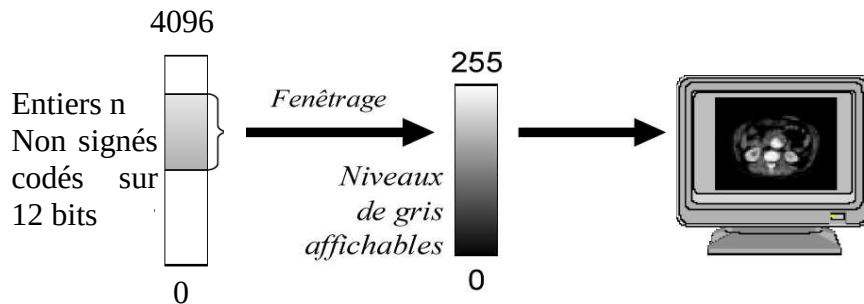


Figure 20 : Principe du fenêtrage :
l'échelle de 0 à 4096 représente les valeurs d'origine des pixels

Le fenêtrage permet de sélectionner les intensités les plus utiles pour le diagnostic en augmentant le contraste dans cet intervalle d'intensité. Le fenêtrage est surtout utilisé pour les images scanners ou IRM. Ces quatre attributs définissent le centre et la largeur de l'échelle de gris de l'image affichée (**figure 21**).

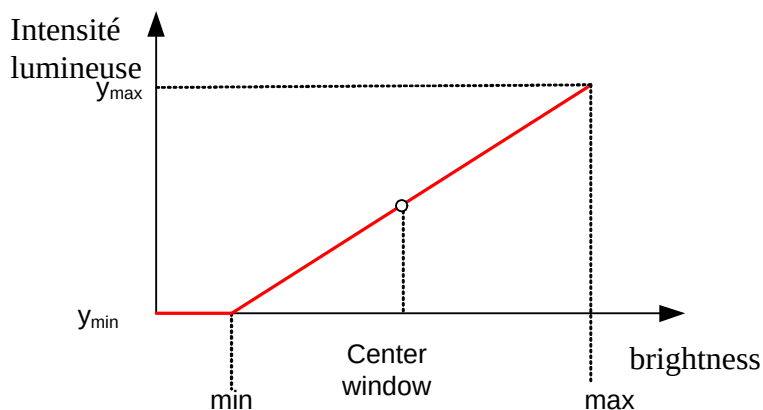


Figure 21 : Principe du fenêtrage

Si vous en voulez en savoir plus, je vous conseille de regarder sur dicom sur www.clunie.com ou pour la partie des pixels [//medical.nema.org/medical/dicom/Pixelwrk](http://medical.nema.org/medical/dicom/Pixelwrk).

e-3) Spline :

Un spline d'ordre n est une fonction polynomiale par morceaux dont chaque polynôme est de degré n et qui présente des propriétés de régularité (continuité de ses dérivées). L'interpolation par spline consiste à construire une fonction d'interpolation $\hat{s}(t)$ comme le résultat de la superposition de fonctions de synthèse n pondérées et centrées sur les points de la grille. Le support de h^n englobe les $(n+1)$ points les plus proches. Dans la suite, on se ramènera pour plus de simplicité à la grille $\{k \in \mathbb{Z}\}$, donc à des points de départ équirépartis $\{s_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$. Le support de h^n est donc $[-(n+1)/2, (n+1)/2]$ [4].

L'interpolation est dite du 1^{er} type ou l'interpolation de convolution 1D si :

$$\hat{s}(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k, l) h^n(x - k) \quad (39)$$

Et du 2nd type ou interpolation généralisée si :

$$\hat{s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k h^n(t - k) \quad (40)$$

Dans ce dernier cas, les c_k sont les coefficients calculés à partir des s_k , ce qui implique un coût calculatoire supérieur à celui de l'interpolation de type 1. L'emploi du terme « spline » pour désigner à la fois l'interpolation par convolution et l'interpolation généralisée prête parfois à confusion.

e-4) Spline convolution :

L'interpolation par spline d'ordre $n=0$ équivaut à une interpolation par la méthode des plus proches voisins :

$$\hat{h}(k + s) = \begin{cases} s_k & \text{si } 0 < |s| < 1/2 \\ s_{k+1} & \text{si } 1/2 < |s| < 1 \end{cases} \quad (41)$$

L'interpolation par spline d'ordre 1 revient à une interpolation linéaire 1D :

$$\hat{s}(k + s) = (1 - s)x_k + sx_{k+1} \quad (42)$$

L'ordre 3 est le plus utilisé. La spline cubique est une spline d'ordre 3, dont la fonction synthèse est composée de deux polynômes distincts (figure 22). C'est donc une spline polynomiale par morceaux. Les polynômes sont choisis d'après les conditions d'interpolation, ce qui conduit selon les auteurs à différentes fonctions. Les plus utilisées sont celles de Catmull-Rom[7] et Keys [5].

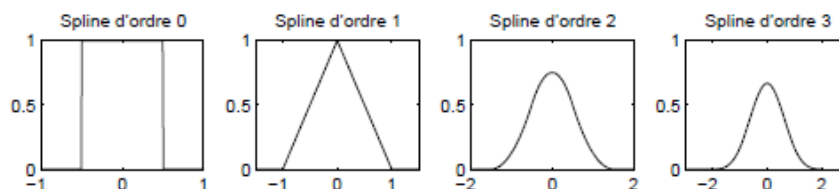


Figure 22 : B-splines d'ordre 0 à 3

e-5) B-spline :

B-Spline désigne une courbe continue polynomiale par morceaux. Une courbe B-Spline est constituée d'une chaîne continue de courbes de Bézier de degré 3 connectées entre elles. Chaque courbe est tangente aux autres en ses points de début et de fin.

Les Basic-splines ou B-splines [8] notées β^n , sont des polynômes d'ordre n continûment différentiables jusqu'à l'ordre $n-1$. Les B-Splines font partie des splines polynomiales, par opposition aux splines polynomiales par morceaux. Elles ont les propriétés suivantes :

- Toute spline polynomiale est une combinaison linéaire de B-splines ;
- Les B-splines sont les splines polynomiales de support le plus court (pour un ordre donné n) et de plus grande régularité ;

- Les B-spline offrent l'ordre d'approximation le plus élevé (n+1) pour un support donné de taille (n+1) ;
- Les B-splines sont construites par convolution (**figure 23**).

Ces fonctions sont différentielles n+1 fois.

$$B^n = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_n(k) \cdot \beta^n(x-k) \quad (43)$$

Il est écrit dans la littérature que l'interpolation de Spline est définie par :

$$\beta^n(s) = \sum_{k=0}^{n+1} \frac{(-1)^k (n+1)!}{(n+1-k)! k!} \left(\frac{n+1}{2} + s - k \right)^n = \frac{\left(\frac{n+1}{2} + s \right) \beta^{n-1} \left(s + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{n+1}{2} - s \right) \beta^{n-1} \left(s - \frac{1}{2} \right)}{n} \quad (44)$$

Nous définissons le centre discret et le B-splines shift pour faire une fonction continue par un facteur entier m. Pour simplifier l'écriture, nous pouvons écrire que :

Pour simplifier l'écriture, j'écris que :

$$\langle a, b \rangle = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a(k) b(k)$$

$$b_m^n(k) = \beta^n(k/m)$$

$$c_m^n(k) = \beta^n(k/m + \frac{1}{2})$$

En remplaçant, nous obtenons :

$$b_m^n(k) = \frac{\left(\frac{k}{m} + \frac{n+1}{2} \right) c_m^{n-1}(k) + \left(\frac{n+1}{2} - \frac{k}{m} \right) c_m^{n-1}(k-m)}{n}$$

$$c_m^n(k) = \frac{\left(\frac{k}{m} + \frac{n+2}{2} \right) b_m^{n-1}(k) + \left(\frac{n}{2} - \frac{k}{m} \right) b_m^{n-1}(k)}{n}$$

Si n=0, la fonction B-spline est équivalente à l'interpolation proche voisin :

$$\beta^0(s) = \begin{cases} 1, & -\frac{1}{2} \leq s \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{tous les autres cas} \end{cases}$$

La fonction B-spline des poids utilise la propriété suivante :

$$\beta^n(s) = \beta^{n-1}(s) * \beta^0(s)$$

Si n = 1, elle est équivalente à l'interpolation linéaire.

Si n = 2, elle est équivalente à l'interpolation quadratique B-spline (**45**) :

$$\beta^2(s) = \begin{cases} \frac{3}{4} - |s|^2, & \text{si } |s| \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}(|s| - \frac{3}{2})^2, & \text{si } \frac{1}{2} \leq |s| \leq \frac{3}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{3}{2} \leq |s| \end{cases} \quad (46)$$

Si $n = 3$, elle est équivalente à l'interpolation cubic B-spline (47) :
Surtout utilisée pour Matlab dans la fonction interp2.

$$\beta^3 = \begin{cases} \frac{1}{2}|s|^3 - |s|^2 + \frac{2}{3} & \text{si } 0 \leq |s| < 1 \\ -\frac{1}{6}|s|^3 + |s|^2 - 2|s| + \frac{4}{3} & \text{si } 1 \leq |s| \leq 2 \\ 0 & \text{si } 2 \leq |s| \end{cases} \quad (48)$$

La difficulté d'implémentation réside dans le calcul des coefficients d'estimation c_k . Si les points sont équirépartis de pas d'échantillonnage $1/m$, on peut se ramener à un filtrage des points $s_k = \hat{s}(k)$ connus par $\frac{1}{B_m^n(z)}$, où $b_m^n(k) = \beta^n(k/m)$ (B-spline discrète), donc $G = CB_m^n$.

Il existe également une implantation efficace de ce filtre.

L'interpolation 1D peut être étendue au cas 2D par produit tensoriel pour une application aux images selon les coordonnées en x et y :

$$\hat{s}(t_1, t_2) = \sum_k \sum_l c_{k,l} s^n(x-k) s^n(y-l) \quad (49)$$

avec $c_{k,l} = h(k,l)$ les valeurs à calculer pour l'estimation des pixels.

Le tableau ci-dessous présente les différentes fonctions de transferts de la transformée de Fourier pour les B-spline

n	0	1	2	3
$B^n(\omega)$	$\text{Sinc}(\omega/2\pi)$	$\text{Sinc}^2(\omega/2\pi)$	$\frac{4 \sin^3(\omega/2\pi)}{3 + \cos(\omega)}$	$\frac{3 \sin^4(\omega/2\pi)}{2 + \cos(\omega)}$

La démonstration de chaque formule de la transformée de Fourier est décrite dans l'article [55].

Principe de l'interpolation B-spline :

Soit $\beta^0(t)$ l'interpolation linéaire multipliée par une autre B-spline pour augmenter l'ordre de l'interpolation. L'interpolation B-spline d'ordre m peut être donnée par : (figure 22)

$$\beta^m(t) = \beta^{m-1}(t) * \beta^0(t)$$

Si $f(t_k)$ la fonction à interpoler est comprise dans l'intervalle $[0, N]$ de l'espace des entiers. Si $g(t)$ est la fonction d'interpolation et $\beta^m(t : t_k)$ est dite la fonction d'interpolation pour un $i^{\text{ème}}$ ordre B-Spline centré en t_k .

Nous pouvons écrire que :

$$g(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \beta^m(t : t_k)$$

où c_k représentent les coefficients d'interpolation obtenus par résolution des équations de N éléments :

$$f(t_k) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \beta^m(t_1 : t_k)$$

L'équation précédente peut-être réécrite comme la matrice $i^{\text{ème}}$ ordre B-Spline obtenue par convolution de $m+1$ rectangles.

$$F^T = B^{m+1} c^T$$

Où

$c = \{c_0, c_1, \dots, c_{N-1}, 0, \dots, 0\}$ avec les 0 allant de $(p-1)(m+1)$

$f = \{f(0), f(1), \dots, f(N-1), 0, \dots, 0\}$ avec les 0 allant de $(p-1)(m+1)$

et selon l'ordre du B-spline, nous pouvons avoir différentes caractérisations (linéaire, cubique...) **figure 23**.

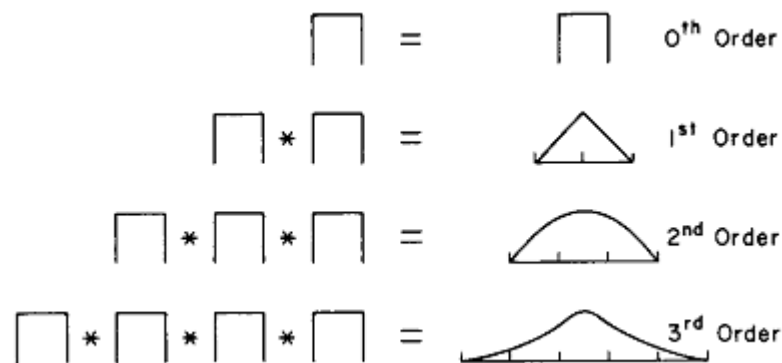
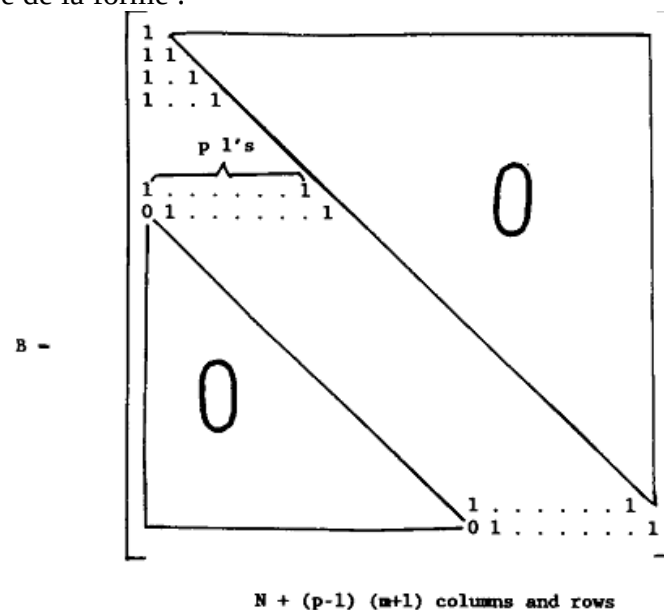


Figure 23 : Montre l'ensemble des fonctions réalisables avec le B-spline

Avec B une matrice de la forme :



Théorème 1:

La matrice B doit être factorisée comme $B = CD$ où

$$C = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ 0 & 1 & & & & \\ & 0 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & 0 & 1 & \\ & & & & & \ddots & \ddots & & \\ -1 & 0 & \dots & 0 & 1 & & & & \\ -1 & 0 & \dots & 0 & 1 & & & & \\ & & & & & & & & & 0 & \\ & & & & & & & & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & & & & & & & & & -1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ & & & & & & & & & & & & & -1 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$N + (p-1)(m+1)$ columns and rows

$$D = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ 1 & 1 & & & & \\ 1 & & 1 & & & \\ 1 & & & \ddots & & \\ 1 & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & 0 & \\ & & & & & & & & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$N + (p-1)(m+1)$ columns and rows

et

Théorème 2 :

$$B^{-1} = D^{-1}C^{-1}$$

Où

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ 0 & 1 & & & & \\ & 0 & 1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & & \\ & & & 0 & 1 & \\ & & & & & \ddots & \ddots & & \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & & & & \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & & & & \\ & & & & & & & & & 0 & \\ & & & & & & & & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & & & & & & & & & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ & & & & & & & & & & & & & 1 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$N + (p-1)(m+1)$ columns and rows

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ -1 & 1 & & & & \\ -1 & & 1 & & & \\ -1 & & & \ddots & & \\ -1 & & & & 1 & \\ & & & & & & & & & 0 & \\ & & & & & & & & & & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & & & & & & & & & & & & -1 & 1 & \dots & 1 \\ & & & & & & & & & & & & & & & & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$N + (p-1)(m+1)$ columns and rows

Nous pouvons vérifier que :

$$CC^{-1} = I$$

$$DD^{-1} = I$$

Avec I est la matrice identité.

Notons que C, D, C^{-1} et D^{-1} sont des matrices carrées avec des diagonales égales à la matrice identité.

Théorème 3 :

$$c^T = (D^{-1}C^{-1})^{m+1} f^T$$

Ce qui signifie que :

$$c^T = (B^{m+1})^{-1} f^T$$

Cependant, les convolutions sont des opérations commutatives. Alors, $c^T = (B^{-1})^{m+1} f^T$

En utilisant les deux théorèmes : $c^T = (D^{-1}C^{-1})^{m+1} f^T$

Après avoir vu le principe de l'interpolation B-Spline, voici l'algorithme de l'interpolation B-Spline :

$m \leftarrow$ ordre du Spline

$Z \leftarrow$ le facteur de l'interpolation

Etape 1 : Entrée de $f(t)$ $0 \leq t < N$

Etape 2 : Matrice inverse de Toeplitz (une matrice de Toeplitz est définie comme une matrice dont les lignes sont obtenues par des cycles de décalage de la précédente ligne. Ces éléments sont rangés dans $c(t)$).

Soit $c(t)=f(t)$ $0 \leq t < N$

for($l=0$; $l \leq m$; $l=l+1$)

$p=3$

for ($t = p$; $t < N$; $t = t + 1$)

$c(t) = c(t) + c(t - p)$

for ($t = 1$; $t < N$; $t = t + 1$)

$c(t) = c(t) - c(t - 1)$

end

end

Étape 3 :

$$\text{Soit } g(t) = \begin{cases} c(t) \\ 0 \end{cases}$$

Étape 4 : Appliquer un filtre moyennneur $m+1$ fois pour $g(t)$.

Étape 5 : Échelle $g(t) = g(t)/(z+1)^m$

Avantage : L'image semble correcte visuellement

Inconvénient : changement de l'échelle de gris

Résultat sur une image IRM :

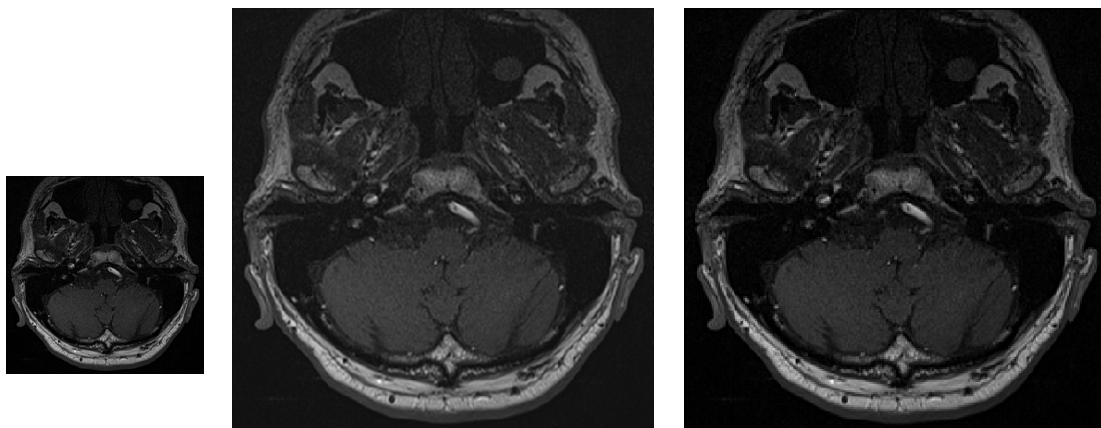


Figure 24 : a) Image Originale, b)Image interpolé x2 c) Image interpolé x2 après réglage de la fenêtre de contraste

En comparant les deux images de la **figure 24**, nous remarquons une différence de niveau de gris entre l'image originale a) et l'image c). Cette différence de contraste est due au calcul des coefficients de l'interpolation Spline. Il est possible avec cette méthode de dépasser le niveau de gris.

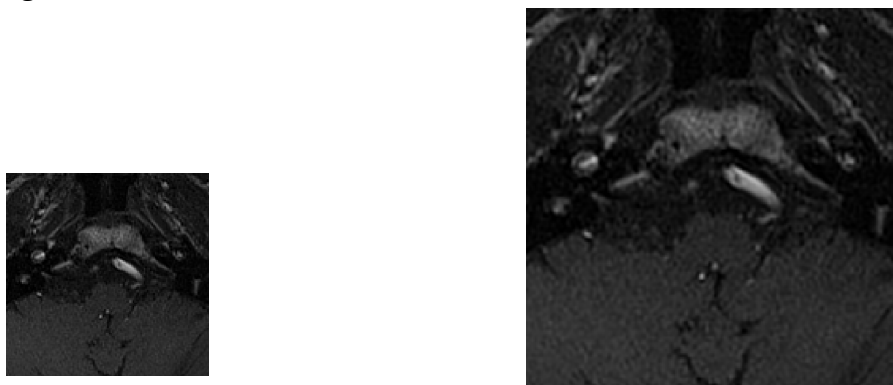


Figure 25 : a) Image originale, b) Image interpolée

Nous voyons sur **figure 25**, une différence sur le point de vue artéfact et de floue. Cette méthode n'est pas bien adaptée pour corriger les problèmes de floue original.

e-6) Résumé des méthodes polynomiales :

Le but de cette partie est de faire un bilan des méthodes d'interpolation polynomiales.

Nom	Expression	Transformation de Fourier
Nearest-Neighbor	$1 \quad x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$	$\text{sinc}(\omega / 2\pi)$
Linear	$\beta^1(x) = 1 - x \quad x \in]-1,1]$	$(\text{sinc}(\omega / 2\pi))^2$
Dodgson	$2\beta^2(x) - \frac{1}{2} \left(\beta^1\left(x - \frac{1}{2}\right) + \beta^1\left(x + \frac{1}{2}\right) \right)$	$(2\text{sinc}(\omega / 2\pi) - \cos(\omega / 2)) / (\text{sinc}(\omega / 2\pi))^2$
Keys(a = -1/2)	$3\beta^3(x) - \left(\beta^2\left(x - \frac{1}{2}\right) + \beta^2\left(x + \frac{1}{2}\right) \right)$	$(3\text{sinc}(\omega / 2\pi) - 2\cos(\omega / 2)) / (\text{sinc}(\omega / 2\pi))^3$

Cubic Schaum	$\beta^3(x) - \frac{1}{6} \frac{d^2}{dx^2} \beta^3(x)$	$(1 + \frac{1}{6} \omega^2)(\text{sinc}(\omega / 2\pi))^4$
Cubic B-spline	$\beta^3(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} - \frac{1}{2} x ^2(2- x) & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{6}(2- x)^3 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$	$(\text{sinc}(\omega / 2\pi))^4$
Cubic o-Moms	$\beta^3(x) + \frac{1}{42} \frac{d^2}{dx^2} \beta^3(x)$	$(1 - \frac{1}{42} \omega^2)(\text{sinc}(\omega / 2\pi))^4$
Cubic-convolution	$f(x) = \begin{cases} f_1(x) = 1 - 2 x + x ^2 + x ^3, 3 \leq x < 4 \\ f_2(x) = 4 - 8 x + 5 x ^2 - x ^3, 1 \leq x < 2 \\ f_3(x) = 0, 2 \leq x \end{cases}$	
B-spline (n>1)	$\int_{x-\frac{1}{2}}^{x+\frac{1}{2}} \beta^{n-1}(t) dt$	$(\text{sinc}(\omega / 2\pi))^{n+1}$
Sinc	$\sin(\pi x) / (\pi x)$	$1 \quad \omega \in [-\pi, \pi[$

Quelques définitions :

MOMS : Maximal-Order Interpolation of Minimal Support. L'article [11] décrit cette méthode d'interpolation. Il existe des dérivées de cette méthode : O-MOMS, SO-MOMS (suboptimal MOMS) et I-MOMS (Lagrange-type interpolators).

Soit pour exemple le cubic oMOMS[52] **(50)**:

$$oMOMS^3(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}|x|^3 - |x|^2 + \frac{1}{14}|x| + \frac{13}{21} & 0 \leq |x| < 1 \\ -\frac{1}{6}|x|^3 + |x|^2 - \frac{85}{42}|x| + \frac{29}{21} & 1 \leq |x| < 2 \end{cases} \quad (50)$$

La méthode Dodgson est décrite dans l'article [12].

La méthode Cubic-Schaum est décrite dans l'article [13]

f) Interpolation de Lanczos:

Elle fait partie des méthodes d'interpolations non adaptatives.

Soit le signal parfait de l'interpolation du sinus cardinal qui est écrite comme :

$$\text{sinc}(\pi/T) = \frac{\sin(\pi/T)}{\pi/T}$$

L'interpolation de Lanczos consiste à trouver les poids s'approchant le plus de l'image originale. Les poids sont estimés selon l'algorithme de Lanczos.

La fonction fenêtre est définie en n par :

$$\begin{cases} \sin(\pi / nT) / (\pi / nT) & -nT \leq t \leq nT \\ 0 & \end{cases}$$

n =2 pour Lanczos 2

n = 3 pour Lanczos 3

Pour un n = 2, la **figure 26** montre la représentation de la transformation de la réponse impulsionnelle.

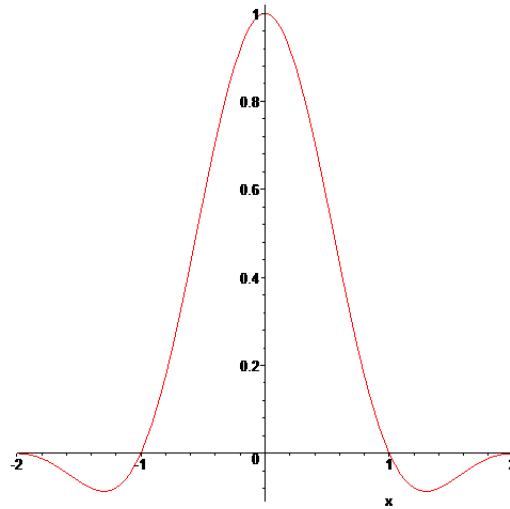


Figure 26 : La réponse impulsionnelle de l'interpolation Lanczos d'ordre 2

Le filtre de Lanczos a été créé en 1976 pour N dimension. La réponse impulsionnelle (RI) est égale à :

$$h(x,y) = \sum_{x=-n_x}^{n_x} \sum_{y=-n_y}^{n_y} \bar{\omega}_{kx,ky} \exp(i2\pi(xk_x + yk_y))$$

Où la fonction poids est de la forme :

$$\bar{\omega}_{kx,ky} = \omega_{kx,ky} \frac{\sin(\pi k_x / n_x)}{\pi k_x / n_x} \frac{\sin(\pi k_y / n_y)}{\pi k_y / n_y}$$

Dans leur article [53], les auteurs définissent l'interpolation de Lanczos de la manière suivante :

$$\hat{s}(x_0, y_0) = \sum_{v=y_0-n+1}^{y_0+n} \sum_{u=x_0-n+1}^{x_0+n} (s(u,v) \cdot W_{Ln}(x_0-u, y_0-v)) = \sum_{j=0}^{2n-1} \left[w_{Ln}(y_0-v_j) \sum_{i=0}^{2n-1} (s(u_i, v_j) \cdot w_{Ln}(x_0-u_i)) \right]$$

Avec $u_i = x_0 + i - n + 1$ et $v_j = y_0 + j - n + 1$

Et s les pixels de la matrice image initiale et w_{ln} le filtre lanczos.

Résultat de l'image MRI :

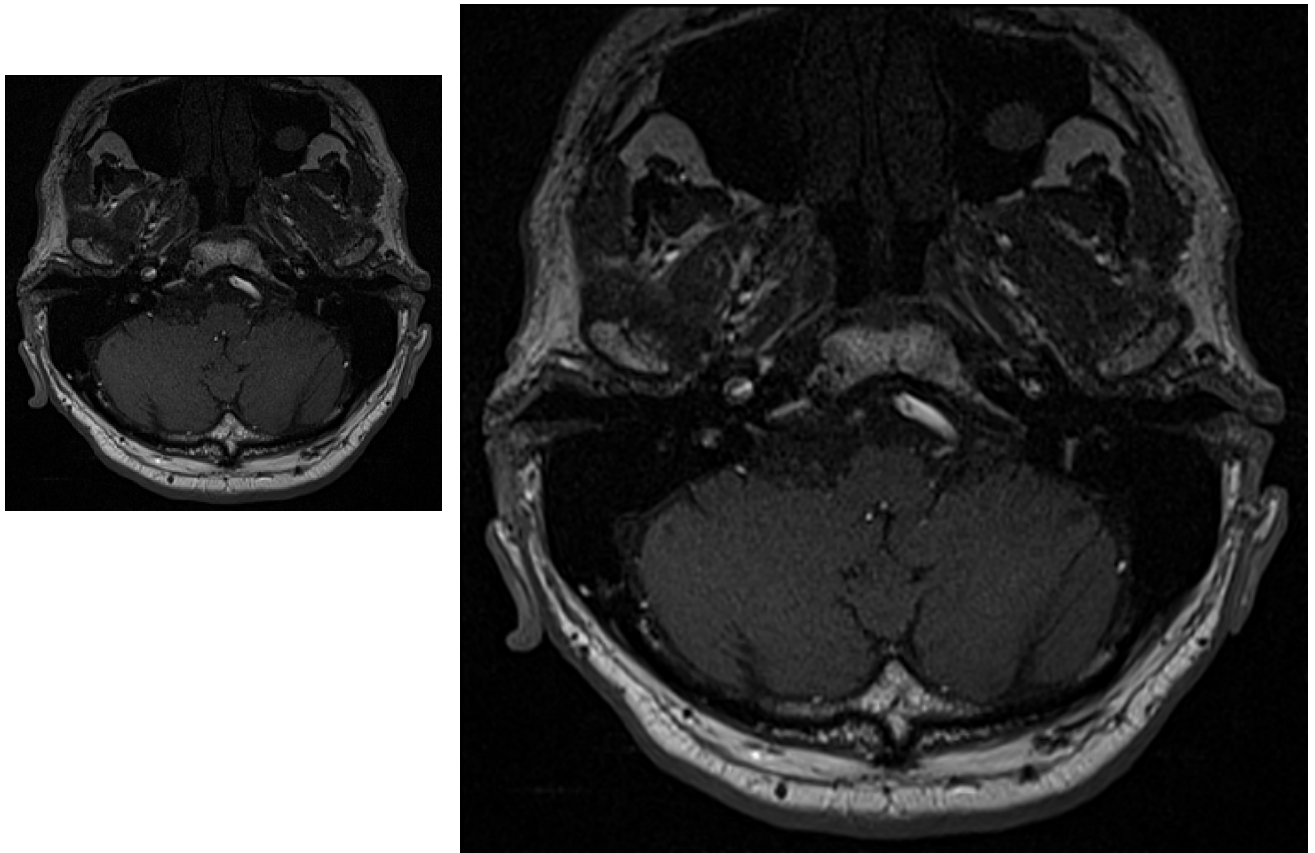


Figure 27: a) Image Originale, b) Image interpolée de facteur de 2

IV) Méthode basée sur le contour local :

1) EDI :

Cette méthode basée sur l'EDI (Edge Directed Interpolated) est améliorée par l'utilisation de l'interpolation shifted-Linear [14].

On considère comme la plus part des méthodes d'interpolation de ne prendre que les pixels pairs si nous considérons que i, j vont de 0 à N/M (**figure 28**).

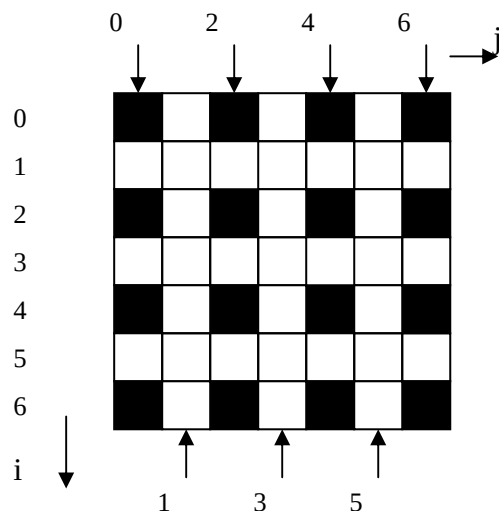


Figure 28 : Les pixels noirs sont les pixels connus et les pixels blancs doivent être estimés.

Cette méthode hybride suit le schéma suivant :

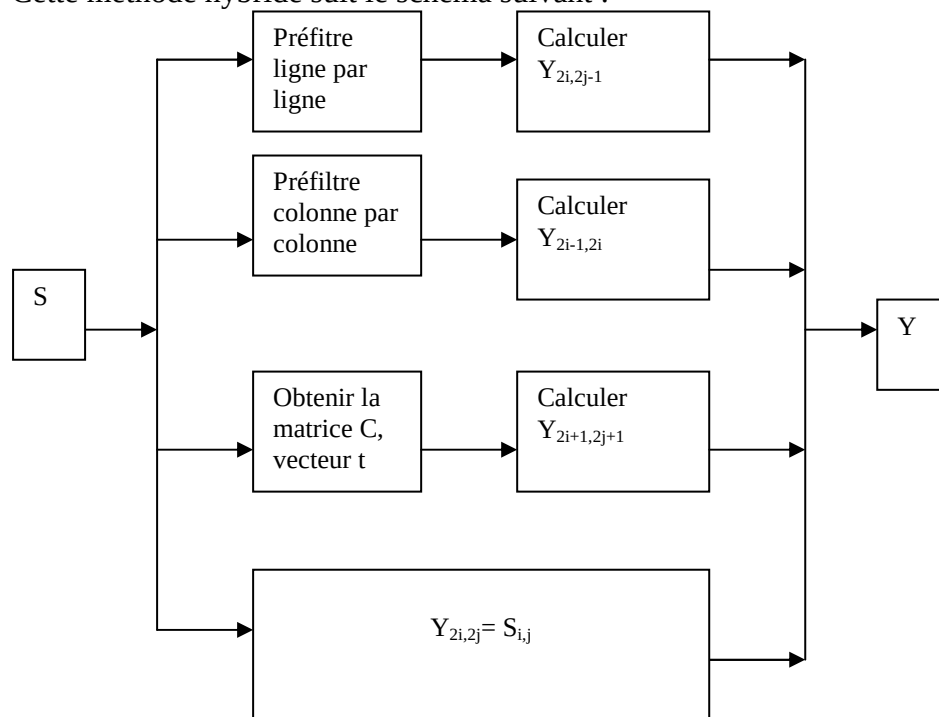


Figure 29: Schéma de la méthode – On note que $Y_{2i,2j-1}$ et $Y_{2i-1,2j}$ utilise l'interpolation shift et $Y_{2i+1,2j+1}$ est la première étape de NEDI

L'interpolation shifted linear interpolation :

Au lieu de construire le signal interpolé de manière basique en traçant un segment de droite entre $(n-1)T$ (T période de l'échantillon mesuré), le segment de droite est tracé entre les points $(n-1+\tau)T$ et $(n+\tau)T$ avec τ appartenant $[0,1/2]$. La figure 28 compare les noyaux de l'interpolation linéaire et de l'interpolation linéaire shift. Nous pouvons remarquer sur la figure 28.b que la bande passante est plus large pour l'interpolation shift linéaire (lors de la transformée de Fourier carrée).

On a vu que tous les signaux interpolés doivent s'approcher d'un signal idéal de la forme du sinus cardinal.

$$\text{La fonction est : } \bar{s}(x) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^M s(k,l) h(x-k, y-l) \quad (51)$$

Avec $s(k,l)$ les pixels de la matrice image et $h(l,k)$ le noyau de la fonction d'interpolation, telle que h est affine (interpolation linéaire)

$$h(s) = 1 - |s(k,l)|, \text{ si } |s(k,l)| \leq 1 \quad (52)$$

On peut calculer maintenant la transformée de Fourier de la fonction continue discrète $f(x)$.

$$h(s) = \text{sinc}^2\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \quad (\text{Idéale}) \quad (53)$$

L'équation (52) permet de noter que la fréquence de résonnance de $s(k,l)$ n'est pas idéale à cause des composantes hautes fréquences de l'image.

La méthode shifted-linear permet de résoudre ce problème (**figure 28**).

La fonction $h(x)$ peut alors s'écrire :

$$h(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n s(x-k-\tau, y-l-\tau) \quad (54)$$

avec τ est le paramètre shift qui est compris entre 0 et $\frac{1}{2}$.

Les coefficients c_n sont choisis tels que h_n est continue :

$$c_n = \sum_{n \in \mathbb{Z}, k \geq 0} \frac{(-1)^k}{1-\tau} \left(\frac{\tau}{1-\tau} \right)^k \quad (55)$$

Si S_n est la matrice image originale, on peut écrire :

$$c_n = -\frac{\tau}{1-\tau} c_{n-1} + \frac{1}{1-\tau} S_n \quad (56)$$

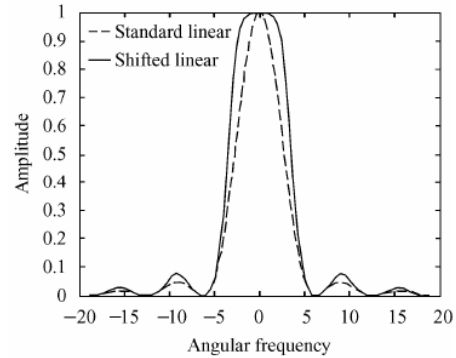
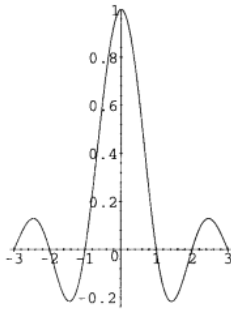


Figure 30 : Comparaison a) Le signal sinc idéal b) Transformées de Fourier interpolation linéaire standard et shift-linéaire

L'article [15] montre que $\tau=0.21$. L'équation (56) devient alors :

$$c_n = -\frac{1}{5} c_{n-1} + \frac{5}{4} S_n \quad (57)$$

Ou

$$c_n = -2^{-2} c_{n-1} + (1 + 2^{-2}) S_n \quad (58)$$

Les différentes étapes de la méthode sont alors :

Step1: Initialisation des images $Y_{i,j}$ par une matrice de zéro de taille $2M \times 2N$;

Step2: Pour un zoom *2, les pixels de coordonnées paires prennent les valeurs des pixels connus de l'image originale : $Y_{2i,2j} = S_{i,j}$ (black blocks) sont insérés dans la matrice Y (HR) ;

Step3: Nous devons effectuer le calcul de la réponse impulsionnelle $H(z)$ d'après le modèle de Shifted-linear pour les lignes et les colonnes de la matrice de pixel entrée $S(i,j)$. Le but est d'obtenir les coefficients d'estimation c_n .

Nous exprimons ces coefficients par deux matrices $Q(i,j)$ et $L(i,j)$. Les coefficients de la matrice L correspondent aux lignes.

On pose l'équation suivante :

$$Q_{i,j} = 0,25T_{i,j-1} + 1,25X_{i,j} \text{ où } T_{i,1}=0 \quad (59)$$

Les coefficients de la matrice T correspondent aux colonnes.

Nous obtenons alors la nouvelle relation :

$$L_{l,k} = 0,25L_{l-1,k} + 1,25X_{l-1,k} \text{ où } L_{1,k}=0 \quad (60)$$

Pour un zoom de facteur de 2, nous pouvons établir le système d'équation suivant pour $Y_{2i,2j-1}$ et $Y_{2i-1,2j}$:

$$\begin{cases} Y_{2i,2j-1} = 0,7Q_{i,j-1} + 0,3Q_{i,j+1} \\ Y_{2i-1,2j} = 0,7Q_{i-1,j} + 0,3Q_{i+1,j} \end{cases} \quad (61)$$

Je vais démontrer le système (61).

Soit

$\hat{S}(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n h(x-k-\tau, y-l-\tau)$ avec $h(k,l)$ qui est la fonction d'interpolation shift

$$c_n = -\frac{1}{4}c_{n-1} + \frac{5}{4}S_n$$

- Calculons $h_{i,j+1}$:

$h(k,l) = \frac{x_k}{T} - \tau - n$ x_k sont les coordonnées en y et T la période du signal dans un intervalle.

avec x_k les coordonnées en y et T la période du signal dans un intervalle. x_k/T est la pente de la droite affine de l'interpolation linéaire. τ est le coefficient shift et n est le début de la pente (ordonnée à l'origine).

$$h_{i,j+1} = \left(\frac{2j-1}{2} - \frac{1}{5} - (j-1)\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = 0,5 - 0,2 = 0,3$$

$$Y_{2i,2j-1} = h_{2j-1} c_{i,j+1}$$

$c_{i,j-1}$ sont les valeurs de la colonne de la matrice image originale.

- Calculons $h_{i,j-1}$:

$h(k,l) = \frac{x_k}{T} - \tau - n$ x_k sont les coordonnées en y et T la période du signal dans un intervalle.

avec x_k les coordonnées en y et T la période du signal dans un intervalle. x_k/T est la pente de la droite affine de l'interpolation linéaire. τ est le coefficient shift et n est le début de la pente (ordonnée à l'origine).

$$h_{i,j-1} = \left(\frac{2j-1}{1} - \frac{1}{5} - (2j-2) \right) = 1 - \frac{1}{5} = 0.5 - 0.2 = 0.7$$

$$Y_{2i,2j-1} = h_{i,j-1} c_{i,j-1}$$

$c_{i,j-1}$ sont les valeurs de la colonne de la matrice image originale.

Nous avons alors :

$$Y_{2i,2j-1} = 0.7c_{i,j-1} + 0.3c_{i,j+1}$$

- Calculons $h_{i-1,j}$

De même que précédemment :

$$h(k,l) = \frac{x_k}{T} - \tau - n \quad x_k \text{ sont les coordonnées en } y \text{ et } T \text{ la période du signal dans un intervalle.}$$

$$h_{i-1,j} = \left(\frac{2i-1}{2} - \frac{1}{5} - (i-1) \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = 0.5 - 0.2 = 0.3$$

$$Y_{2i-1,2j} = h_{i-1,j} c_{i+1,j}$$

$c_{i+1,j}$ sont les valeurs de la colonne de la matrice image originale.

- Calculons Y_{2i} :

De même que précédemment :

$$h_{i+1,j} = \frac{2i-1}{1} - \frac{1}{5} - (2i-2) = 1 - \frac{1}{5} = 0.5 - 0.2 = 0.7$$

$$Y_{2i-1,2j} = h_{i+1,j} c_{i-1,j}$$

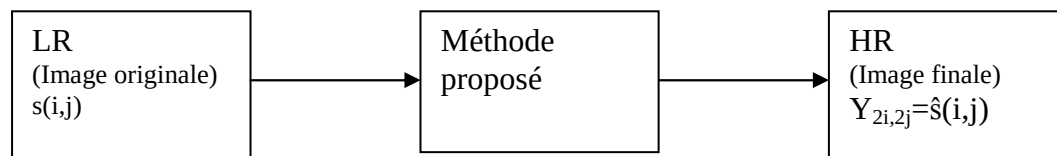
$c_{i-1,j}$ sont les valeurs de la colonne de la matrice image originale.

Soit maintenant : $Y_{2i-1,2j} = 0.7c_{i-1,j} + 0.3c_{i+1,j}$

Step4: Choisir une fenêtre de centre $Y_{2i+1,2j+1}$. Pour initialiser les données de la matrice C et le vecteur de données t, on estime le vecteur $\hat{\alpha} = (C^T C)^{-1} C^T t$, alors le calcul est $Y_{2i+1,2j+1} = \mu^T \hat{\alpha}$. L'explication de cette étape se trouve dans la première étape de la méthode NEDI.

2) Edge guided interpolation :

Schéma de principe de la méthode[16] :



Soit i, j les indices de la matrice : i varie de 0 à N (nombre de colonne) et j de 0 à M (nombre de ligne).

Pour un zoom *2, nous devons initier la matrice finale tout les deux pixels (**figure 29**). Les boules noires représentent les pixels de l'image originale et les boules blanches les pixels à estimer.

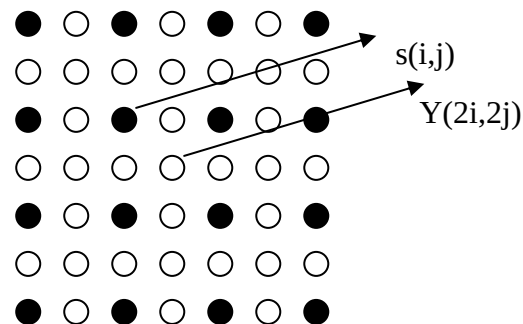


Figure 31 : Schéma du placement des pixels pour les estimés.

Il est proposé (comme pour de très nombreuses méthodes basée sur le contour local) d'effectuer deux étapes en imposant un parcourt de l'image de i allant de 0 à N et j allant de 0 à M dans la nouvelle matrice image de haute résolution.

Soit $Y(2i,2j)$ les pixels pairs connus de la matrice interpolée et $Y(2i+1,j)$ ou $Y(2i,2j+1)$ les autres pixels calculés de la matrice interpolée.

1^{er} étape : Récupération des pixels $Y(2i,2j)$

Soit la **figure 32** qui permet d'estimer les pixels inconnus (ceux en blanc) sur une diagonale de 45° ou de 135° .

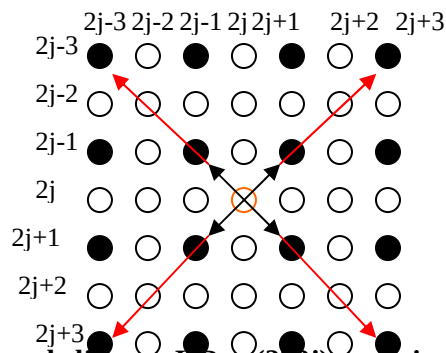


Figure 32: Interpolation de l'image HR. $Y(2i,2j)$ est estimé selon les directions 45° et 135°

Cas 45° :

Soit la diagonale de 45° selon le centre d'une fenêtre 4x4 de pixels noirs (connus) (figure 31). Nous voulons estimer tous les pixels de cette fenêtre selon une estimation des quatre pixels voisins $s(i,j)$ de l'image LR pour donner $Y(2i,2j)$.

Soit l'estimation des pixels de la diagonale de 45° pour $Y_{2i,2j}$ et qui permet de trouver les pixels $Y_{2i+2,2j+2}$ et $Y_{2i-2,2j-2}$.

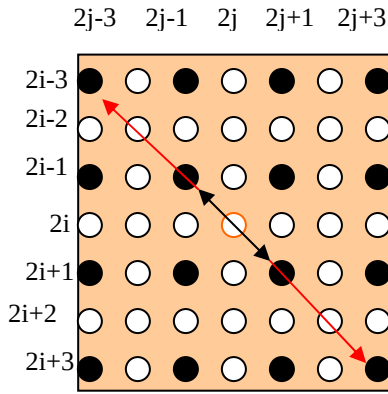


Figure 33: cas 45°

Nous obtenons la matrice de la diagonale $W = [Y_{2i-3,2j-3} \ Y_{2i-1,2j-1} \ Y_{2i+1,2j+1} \ Y_{2i+3,2j+3}]$.
Soit une fenêtre (W) centrée en $Y_{2i,2j}$:

$$\hat{s}_{45}(2i,2j) = Y(2i,2j) + v_{45}(2i,2j) \quad \text{avec } v_{45} \text{ le bruit des pixels (62)}$$

La méthode MMSE (Minimum Mean Square Estimation) permet d'estimer les valeurs :

$$\hat{s} = E[s|Y] = \sum sp(s/Y),$$

Avec s les $s(2i,2j)$ pour 45° ou 135° et $p(s/Y)$ la probabilité des intensités à estimer.

Soit f le vecteur de probabilité pour la diagonale de 45°, selon le rangement suivant : $[Y_{2i-3,2j-3} \ Y_{2i-1,2j-1} \ Y_{2i+1,2j+1} \ Y_{2i+3,2j+3}]$,

$$f = [-1/16 \ 9/16 \ 9/16 \ -1/16].$$

Cas 135°,

Nous allons suivre la même démarche que pour la diagonale de 45° de $Y_{2i,2j}$ (figure 32).

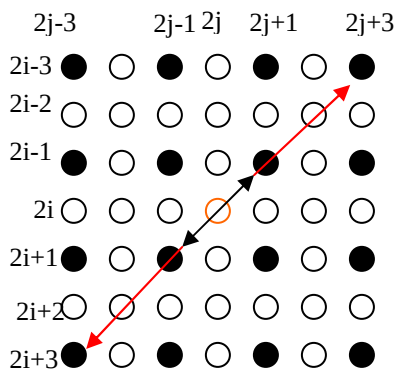


Figure 34: cas 135°

Sur la fenêtre (W) centrée en $Y_{2i,2j}$:

$$\hat{s}_{135}(2i,2j) = Y(2i,2j) + v_{135}(2i,2j)$$

avec v_{135} le bruit des pixels dans l'image selon la diagonale 135°.

En résultant du calcul du LMMSE, on établit la relation suivante:

$$\hat{s} = \mu_h + \text{cov}(s, Y)(\text{Var}(Y))^{-1}(Y - E[Y])$$

avec $\mu_h = E[s]$ l'espérance pour le petit carré pour $i, j \in [0, n/m]$.

On se rappelle de la formule de l'espérance (63)

$$E[X] = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i) \quad \text{avec } P \text{ les termes de probabilité locale} \quad (63)$$

On peut alors écrire :

$$\mu_h = E[\hat{s}] = \sum_l \sum_k W^2(l, k). \quad (64)$$

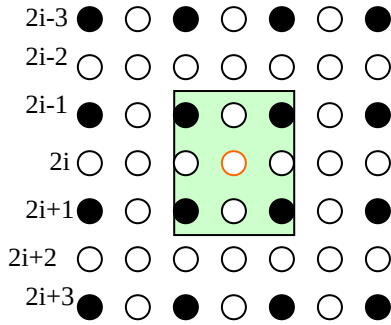


Figure 35: Montre le calcul de l'espérance $E[\hat{s}]$

Nous rappelons une propriété importante de la covariance : $\text{cov}(A, B) = E[(A - E[A])(B - E[B])^T]$.

Après transformation, nous pouvons écrire que :

$$\hat{s} = \mu_h + \sigma_h^2 1^T (1. \sigma_h^2 1^T + R_v)^{-1} (Y - 1. \mu_h)$$

Avec $\sigma_h^2 = \text{var}(\hat{s})$ et $R_v = \text{var}(V)$ or V sont les vecteurs du bruit de 45° et 135° .

Et Y est la matrice de l'ensemble des pixels de la matrice interpolée (les pixels estimés).

Nous pouvons calculer maintenant σ_h^2 , en utilisant la formule suivante :

$$\sigma_h^2 = \sum_l \sum_k (W(l, k) - \mu_h)^2 G(l, k) \quad \text{pour } \hat{s}(2n, 2m). \quad (65)$$

Soit W la fenêtre centrée en $Y(2n, 2n)$ (**figure 34**) et $G(l, k)$ la valeur après un filtre Gaussien ici $1/3$.

L'estimation de R_v par la co-variance de la matrice V est établie pour les deux diagonales :

$$\begin{cases} \text{Var}(v_{45}) = \text{Var}(\hat{I}_{45}) - \sigma_h^2 \\ \text{Var}(v_{135}) = \text{Var}(\hat{I}_{135}) - \sigma_h^2 \end{cases} \quad (66)$$

L'estimation de $\text{Var}(\hat{I}_{45})$ et $\text{Var}(\hat{I}_{135})$ doit être calculer en utilisant le vecteur Z_{45} et Z_{135} qui sont les voisins de $\hat{s}_{45}(2i, 2j)$ et de $\hat{s}_{135}(2i, 2j)$.

Alors la variance de $\hat{s}_{45}$ est formulée de la manière suivante :

$$\text{Var}(\hat{s}_{45}) = \sum_k (Z_{45}(k) - \mu_h)^2 g(k) \quad \text{et} \quad \text{Var}(\hat{s}_{135}) = \sum_k (Z_{135}(k) - \mu_h)^2 g(k)$$

avec $g(k)$ le filtre 1D-Gaussien ici $1/4$.

$$Z_{135} = \{ \hat{s}_{45}(2i-2, 2j-2), \hat{s}_{45}(2i-1, 2j-1), \hat{s}_{45}(2i, 2j), \hat{s}_{45}(2i+1, 2j+1), \hat{I}_{45}(2i+2, 2j+2) \}$$

pour $i, j = [4, \dots, n-4/m-4]$

$$Z_{45} = \{ \hat{s}_{135}(2n+2, 2m-2), \hat{s}_{135}(2n+1, 2m-1), \hat{s}_{135}(2n, 2m), \hat{s}_{135}(2n-1, m+1), \hat{I}_{45}(2n-2, 2m+2) \}$$

pour $n, m = [4, \dots, n-4/m-4]$

Ce qui permet de calculer la matrice de co-variance R_v . Elle est estimée par cette matrice (67):

$$R_v = \begin{bmatrix} \text{Var}(v_{45}) & c_3 \sqrt{\text{Var}(v_{45}) \cdot \text{Var}(v_{135})} \\ c_3 \sqrt{\text{Var}(v_{45}) \cdot \text{Var}(v_{135})} & \text{Var}(v_{135}) \end{bmatrix} \quad (67)$$

Avec c_3 le coefficient de corrélation compris entre 0 à 0,6.

Pour $c_3=0$, nous avons pour R_v (68) :

$$R_v = \begin{bmatrix} \text{Var}(v_{45}) & 0 \\ 0 & \text{Var}(v_{135}) \end{bmatrix} \quad (68)$$

2^{ème} étape : $Y(2i-1, 2j)$ et $Y(2i, 2j-1)$ avec $i=0$ à N et $j = 0$ à M

Nous allons voir dans cette partie comment calculer ces deux estimations pour avoir la totalité des pixels de l'image basse-résolution.

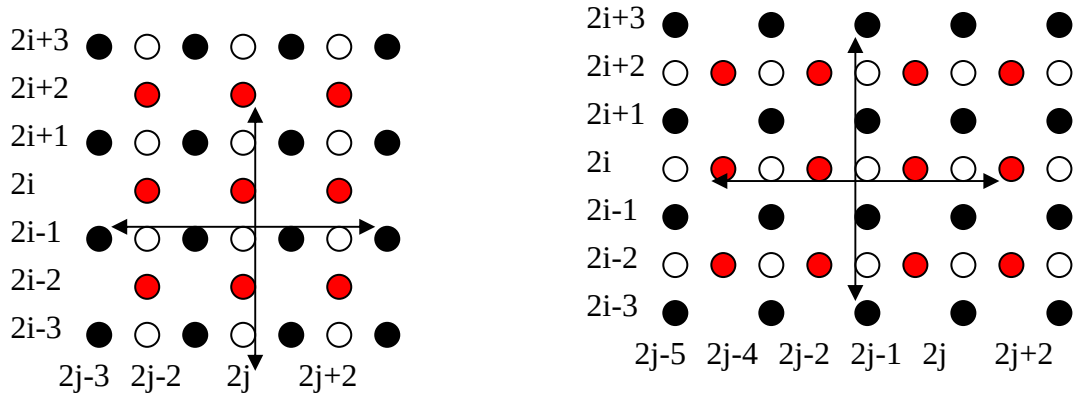


Figure 36: (a) $Y(2i-1, 2j)$ b) $Y(2i, 2j-1)$. On écrit que ces deux estimations sont faite en utilisant le résultat de $Y(2i, 2j)$.

Pour $Y(2i-1, 2j)$.

Elle est semblable au processus LMMSE (Linear Minimum Mean Square Error) pour résoudre ce problème. Soit la formule de base :

$$\hat{s} = \Gamma_1 \cdot \hat{s}_{45} + \Gamma_2 \cdot \hat{s}_{135} + (1 - \Gamma_1 - \Gamma_2) \mu_h \text{ avec } \Gamma = \sigma_h^2 \mathbf{1}^T (\mathbf{1} \cdot \sigma_h^2 + R_v)^{-1} \text{ la gaussienne statistique.}$$

On simplifie le calcul de $\hat{s}$ en disant que les poids moyens de $\hat{s}_{45}$ et les poids moyens de $\hat{s}_{135}$ sont égaux à :

$$\hat{s} = \omega_{45} \cdot \hat{s}_{45} + \omega_{135} \cdot \hat{s}_{135}$$

Or $\omega_{45} + \omega_{135} = 1$ avec ω_{45} et ω_{135} les poids déterminés selon la méthode MSE.

$\hat{s}$ est calculé en utilisant la formule ci-dessous :

$$\hat{s} = E[s|Y] = \sum p(s|Y), \text{ On note } s \text{ les } s(2i-1, 2j) \text{ pour } 45^\circ \text{ ou } 135^\circ \text{ puis } p(s|Y) \text{ est la}$$

probabilité.

Soit $s = \hat{s}(2i, 2j)$ et $p(\hat{s}, Y)$ égal à la matrice $[-1/16 \ 0 \ 9/16 \ 1 \ 9/16 \ 0 \ -1/16]$.

$\hat{s}_{45}$ sont les valeurs obtenues dans la première étape, et $\hat{s}_{135} = \sum y p(y|Y)$

$$y = [\hat{s}_{45}(2i-2, 2j) \hat{s}_{45}(2i-1, 2j) \hat{s}_{45}(2i+1, 2j) \hat{s}_{45}(2i+2, 2j)]$$

Avec la probabilité suivante: $m_y = [-1 \ 5 \ 5 \ -1]/8$, alors : $\hat{s}_{135} = \sum m_y * y$

On écrit que :

$$\omega_{45} = \frac{Var(v_{135})}{Var(v_{45}) + Var(v_{135})} \quad \text{et} \quad \omega_{135} = 1 - \omega_{45}$$

$$Var(v_{45}) \cong \left(\sum_{k=1}^5 |Z_{45}(k) - \mu_h| \right)^2$$

Or

$$Var(v_{135}) \cong \left(\sum_{k=1}^5 |Z_{45}(k) - \mu_h| \right)^2$$

Or $\mu_h = E[y]$

$$\hat{s}(i, j) = \frac{Var(v_{35})}{Var(v_{45}) + Var(v_{135})} \hat{s}_{45} + \frac{Var(v_{135})}{Var(v_{45}) + Var(v_{135})} \hat{s}_{135}$$

$$Var(v_{135}) = \text{convolution}(x); x = [\hat{s}_{45}(2i, 2j-2) s_{45}(2i, 2j-1) s_{45}(2i, 2j+1) \hat{s}_{45}(2i, 2j+2)]$$

$$Var(v_{45}) = 1.5 * \text{convolution}([\hat{s}_{h45}(2n-2, 2n) s(2n-1, 2n) s(2n+1, 2n) \hat{s}_{45}(2n+2, 2n)], \hat{s}_{135})$$

Nous devons effectuer le même travail sur $I_h(2n, 2n-1)$ en inversant les expressions pour obtenir l'ensemble des coefficients de la matrice $Y_{2i, 2j}$.

Avantage : Très rapide calcul, proche des méthodes splines et bicubic de kernel.

Résultat sur une image IRM : On peut voir un léger artéfact sur les contours (la figure 32).

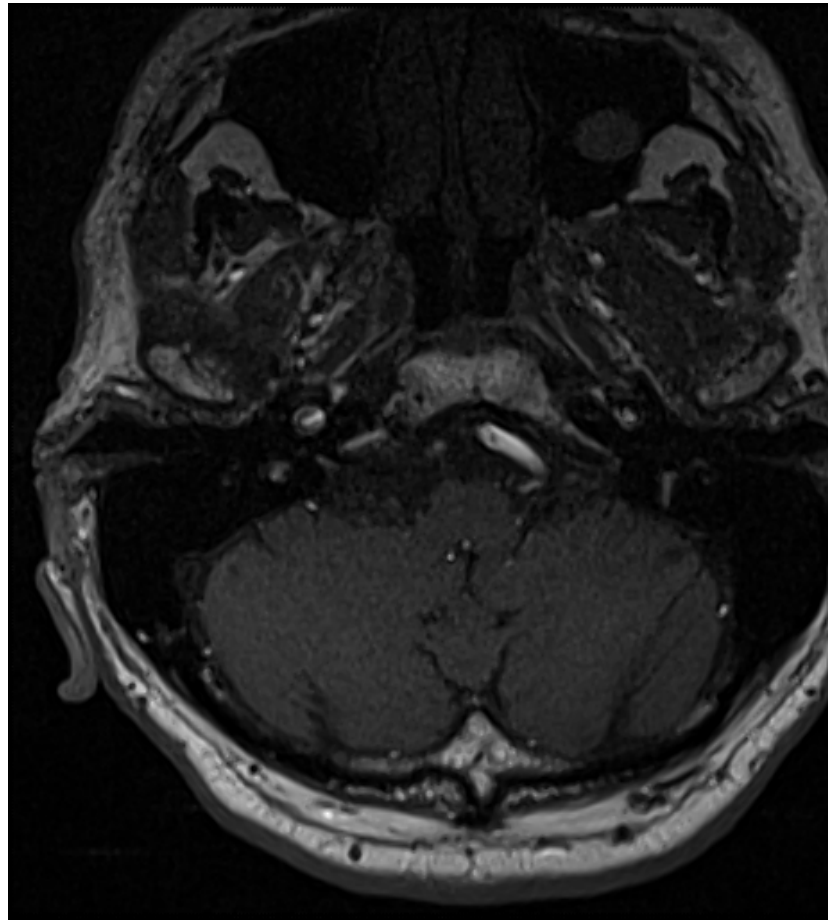
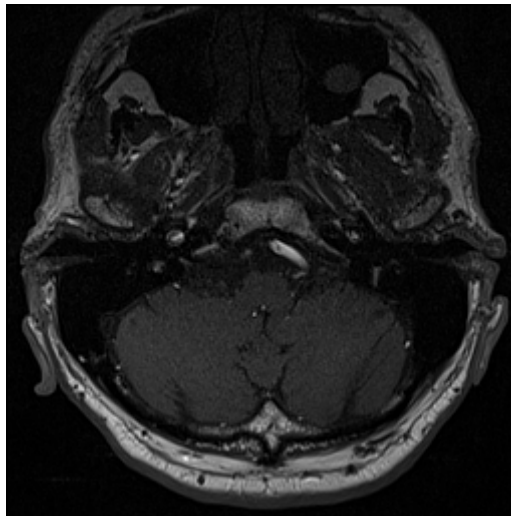


Figure 36 a) Image originale b) Image Interpolée de facteur 2

3) NEDI :

La méthode NEDI [17] exploite les propriétés fondamentales des bords idéaux, connue sous le nom de la régularité géométrique (geometric regularity). En effet, il est essentiel de maintenir la netteté des contours et d'éviter d'introduire des artéfacts.

La méthode NEDI adapte l'orientation de l'image afin de préserver la régularité géométrique. Les caractéristiques des images adaptent l'orientation des bords à estimer. Pour ajuster les effets sur les bords, nous devons calculer très judicieusement les coefficients d'estimation.

Malheureusement l'orientation des pixels des régions « bord » peut prendre un nombre fini de cas (horizontale, verticale, diagonale...) ce qui dégrade considérablement la qualité du modèle. Le principe d'une méthode multi-résolution adaptative est basé sur la covariance. Cette matrice de covariance permet de faire la transposition d'une image de basse résolution vers une image de haute résolution. Pour résoudre ce problème, nous utilisons la dualité géométrique entre basse et haute résolution reliant des paires de pixels de même direction. Les coefficients de covariance locale de l'image LR sont estimés et utilisés pour l'adaptation de l'interpolation à la haute résolution.

Nous allons maintenant expliquer la façon de ranger les pixels dans l'image haute résolution avec i, j les indices de déplacement de la matrice haute-résolution pour les lignes et colonnes (figure 37).

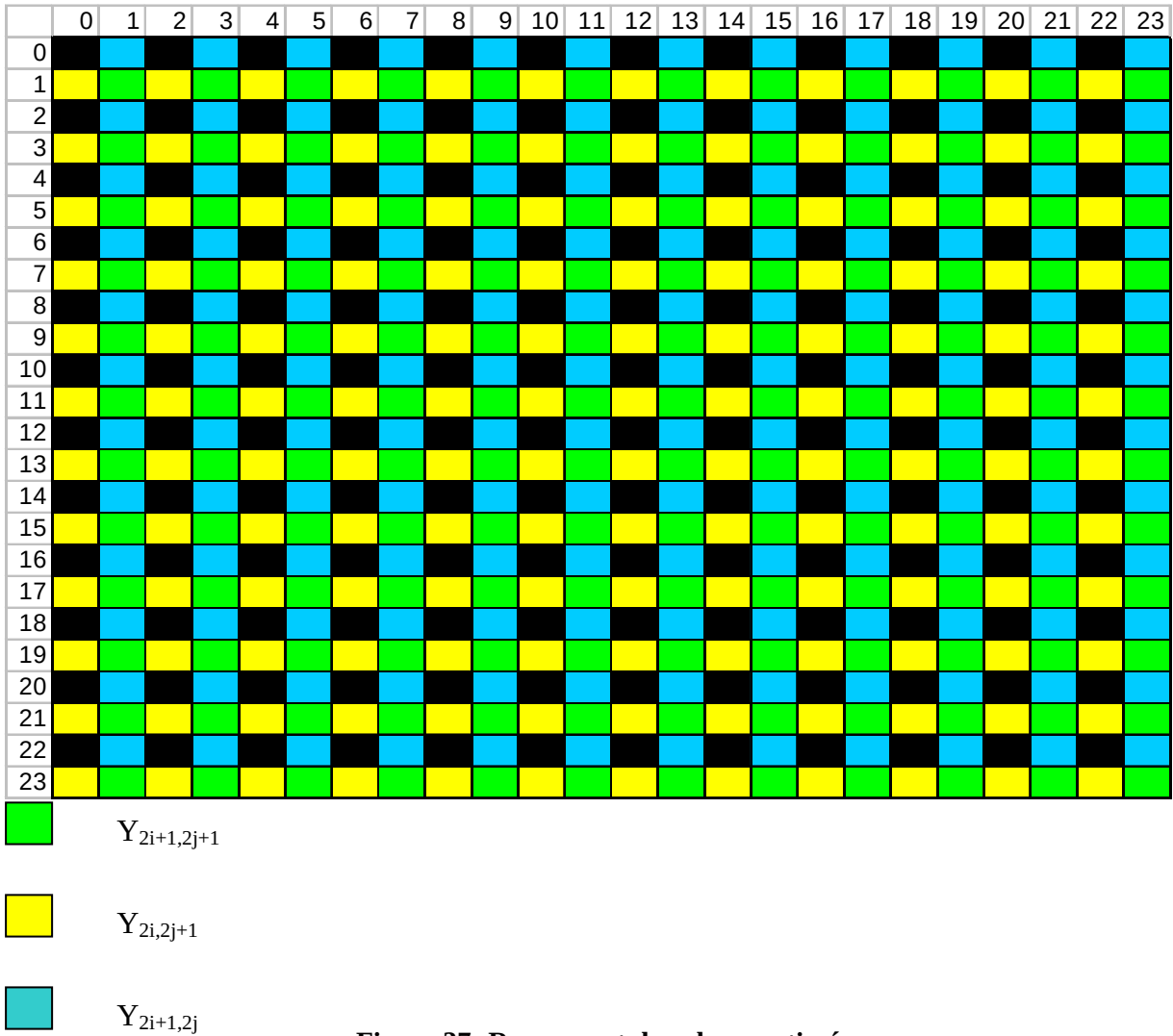


Figure 37: Rangement de valeurs estimées

1) Étape 1 $Y_{2i+1,2j+1}$:

Soit $s(i,j)$ la matrice de l'image originale et i, j les coordonnées d'un pixel de la matrice. Sur la **figure 38**, les cercles noirs représentent les pixels de l'image originale (LR), les cercles blancs représentent les pixels que nous interpolons. Le cercle gris central représente le pixel à interpoler en premier dans la matrice de l'image interpolée

Pour obtenir $Y_{2i,2j}$, on utilise une interpolation linéaire du quatrième ordre de l'image 2D **(69)** :

$$F_{HL} = Y_{2i+1,2j+1} = \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 \alpha_{2k+1} Y_{2(i+k),2(j+l)} \quad (69)$$

Ce qui permet d'écrire que : $\vec{Y}_{2i+1,2j+1} = \alpha_0 Y_{2i,2j} + \alpha_1 Y_{2i,2j+2} + \alpha_2 Y_{2i+2,2j} + \alpha_3 Y_{2i+2,2j+2}$.

Avec les quatre plus proches pixels le long des diagonales, pondérées par les coefficients alpha.

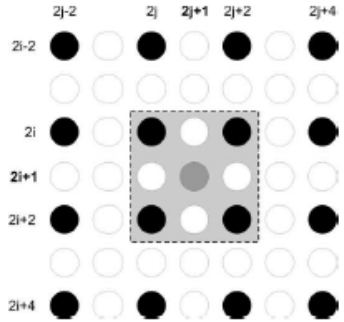


Figure 38 : Schéma expliquant le fenêtrage central centré sur les pixels en (2i+1, 2j+1)

On envisage de prendre une fenêtre M de pixel central (2i+1, 2j+1) et de rechercher les quatre valeurs du vecteur α , appliquées à chaque quadruple des voisins de chaque vecteur de pixel s qui contient cette fenêtre M . On minimise l'erreur avec l'erreur quadratique moyenne (MSE) pour le vecteur originale s (**figure 39**).

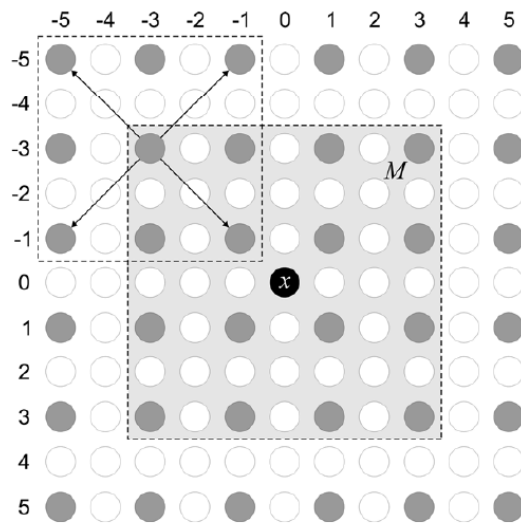


Figure 39 : schéma exemple déplacement dans la matrice

Alors, le LR de la covariance $\hat{R}_{k,l}, \hat{r}_k$ doit être facilement estimé d'une fenêtre locale de l'image LR en utilisant le calcul de covariance classique³ ($M \times M$) (qui permet de trouver l'estimation des pixels locaux).

Nous trouvons R la matrice de covariance et r est le vecteur de covariance:

$$\hat{R} = \frac{1}{M^2} C^T C \quad (70)$$

$$\text{et } \hat{r} = \frac{1}{M^2} C^T \vec{t} \quad (71) \text{ où } t = [t_1, t_2, \dots, t_{M^2}]^T$$

Nous obtenons alors :

$$\vec{\alpha} = (C^T C)^{-1} (C^T \vec{t}) \quad (72) \text{ avec } \vec{t} : \text{vecteur colonne}$$

C : matrice pixel

$\vec{\alpha}$: Coefficients NEDI

³ Cette notion est rappelée dans l'annexe nommée Covariance.

Nous pouvons écrire maintenant que :

$$Y_{2i+1,2j+1} = \mu^T \bar{\alpha}$$

où le vecteur poids $\bar{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]^T$ et le vecteur central (fenêtre rectangulaire) forme un vecteur de la forme suivante :

$$\mu = [Y_{2i,2j}, Y_{2i+2,2j}, Y_{2i+2,2j+2}, Y_{2i,2j+2}]^T$$

Pour le calcul des coefficients alpha de la formule 72, nous utilisons une petite fenêtre M cela permet d'avoir une interpolation de l'image avec moins de floue et permet de gagner du temps de calcul.

$$\bar{t} = [\bar{x}_{-3,-3} \bar{x}_{-3,-1} \bar{x}_{-3,1} \bar{x}_{-3,3} \bar{x}_{-1,-3} \bar{x}_{-1,-1} \bar{x}_{-1,1} \bar{x}_{-1,3} \bar{x}_{1,-3} \bar{x}_{1,-1} \bar{x}_{1,1} \bar{x}_{1,3} \bar{x}_{3,-3} \bar{x}_{3,-1} \bar{x}_{3,1} \bar{x}_{3,3}]^T$$

pour une fenêtre de 4. (donc 16 valeurs)

On généralise par l'expression suivante :

$$\bar{t} = [\bar{x}_{2i-2,2j-2} \bar{x}_{2i-2,2j} \bar{x}_{2i-2,2j+2} \bar{x}_{2i-2,2j+4} \bar{x}_{2i,2j} \bar{x}_{2i,2j+2} \bar{x}_{2i,2j+4} \bar{x}_{2i+2,2j-2} \bar{x}_{2i+2,2j} \bar{x}_{2i+2,2j+2} \bar{x}_{2i+2,2j+4} \bar{x}_{2i+4,2j-2} \bar{x}_{2i+4,2j} \bar{x}_{2i+4,2j+2} \bar{x}_{2i+4,2j+4}]^T$$

Et

$$C = \begin{bmatrix} \bar{x}_{-5,-5} & \bar{x}_{-5,-1} & \bar{x}_{-1,-5} & \bar{x}_{-1,-1} \\ \bar{x}_{-5,-3} & \bar{x}_{-5,1} & \bar{x}_{-1,-3} & \bar{x}_{-1,1} \\ \bar{x}_{-5,-1} & \bar{x}_{-5,3} & \bar{x}_{-1,-1} & \bar{x}_{-1,3} \\ \bar{x}_{-5,1} & \bar{x}_{-5,5} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,5} \\ \bar{x}_{-3,-5} & \bar{x}_{-3,-1} & \bar{x}_{-1,-5} & \bar{x}_{-1,-1} \\ \bar{x}_{-3,-3} & \bar{x}_{-3,1} & \bar{x}_{-1,-3} & \bar{x}_{-1,1} \\ \bar{x}_{-3,-1} & \bar{x}_{-3,3} & \bar{x}_{-1,-1} & \bar{x}_{-1,3} \\ \bar{x}_{-3,1} & \bar{x}_{-3,5} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,5} \\ \bar{x}_{-1,-5} & \bar{x}_{-1,-1} & \bar{x}_{-1,-5} & \bar{x}_{-1,-1} \\ \bar{x}_{-1,-3} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,-3} & \bar{x}_{-1,1} \\ \bar{x}_{-1,-1} & \bar{x}_{-1,3} & \bar{x}_{-1,-1} & \bar{x}_{-1,3} \\ \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,5} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,5} \\ \bar{x}_{-1,5} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,5} & \bar{x}_{-1,1} \\ \bar{x}_{-1,3} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,3} & \bar{x}_{-1,1} \\ \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,3} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,3} \\ \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,5} & \bar{x}_{-1,1} & \bar{x}_{-1,5} \end{bmatrix}$$

Maintenant, on généralise le phénomène dans toute l'image LR (Low Resolution) sur une fenêtre spécifique de forme carrée. Une première fenêtre prend le pixel central X_n . Elle doit être vue comme la covariance adaptée à l'interpolation. Nous cherchons les valeurs d'estimation pour $Y_{2N+1,2M+1}$. Puis on calcule sur une plus grande fenêtre nommée M_n de taille $2T+1$. (**figure 40**)

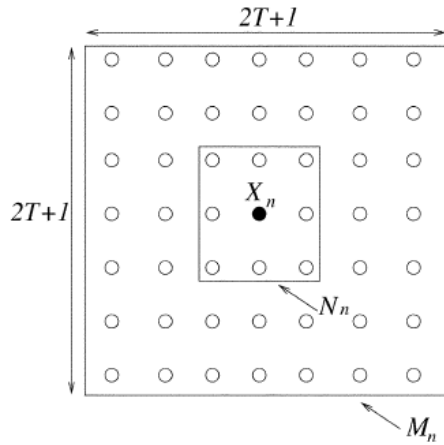


Figure 40: la définition de Mn et Nn

Pour une fenêtre 16 (4x4) alors T=2.

On note que la fonction linéaire résultant du MSE est de la forme : espérance des intensités de l'image originale moins la matrice en haute résolution (image après interpolation).

$$E\{(X_n - \hat{X}_n)^2\}$$

$$\text{où } \hat{X}_n \text{ est l'estimation linéaire : } X_n = \sum_{k=1}^N a_k X_{n-k}$$

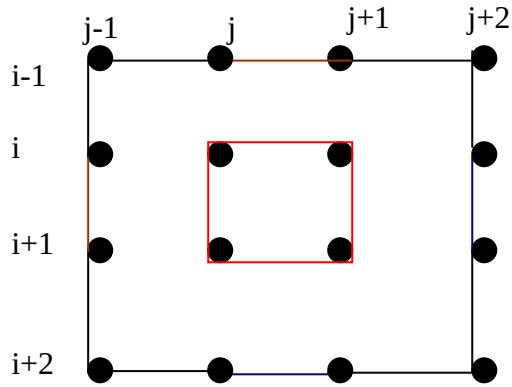
Pour la méthode NEDI, nous avons quatre coefficients a_k ($N = 4$). Soit :

$$\vec{a} = (C^T C)^{-1} (C^T \vec{y}) \quad (73) \text{ et } \vec{y} = [X_{n-1}, \dots, X_{n-M}]^T$$

Avec n les déplacements de la matrice toutes les éléments paires pour la matrice. M est la fenêtre du grand rectangle ou carré selon le type d'interpolation et N_m est la matrice sous-espace.

$$C = \begin{bmatrix} X_{n-1-1} & X_{n-1-2} & \dots & X_{n-1-N} \\ X_{n-2-1} & X_{n-2-2} & \dots & X_{n-2-M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{n-M-1} & X_{n-M-2} & \dots & X_{n-M-N} \end{bmatrix}$$

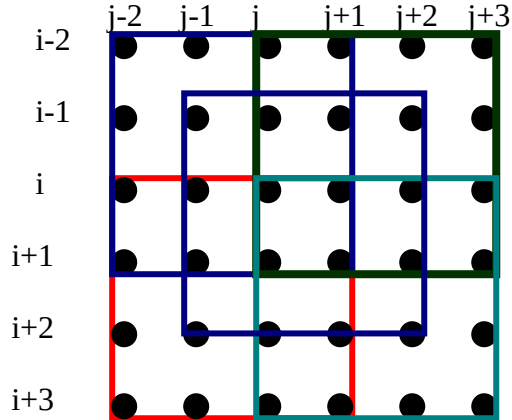
Nous devons maintenant rechercher le vecteur $\vec{y}$. Soit i le déplacement des pixels de 5 à M-5 avec M le nombre de lignes de la matrice et j le déplacement des pixels de 5 à N-5 avec N le nombre de colonnes de la matrice. La matrice y doit avoir deux contours carrés.



$$\bar{y} = \begin{bmatrix} i+0, j+0 \\ i+1, j+0 \\ i+1, j+1 \\ i+0, j+1 \\ i-1, j+0 \\ i-1, j+1 \\ i+0, j-1 \\ i+1, j-1 \\ i+2, j+0 \\ i+2, j+1 \\ i+0, j+2 \\ i+1, j+2 \\ i-1, j-1 \\ i-1, j+2 \\ i+2, j-1 \\ i+2, j+2 \end{bmatrix}$$

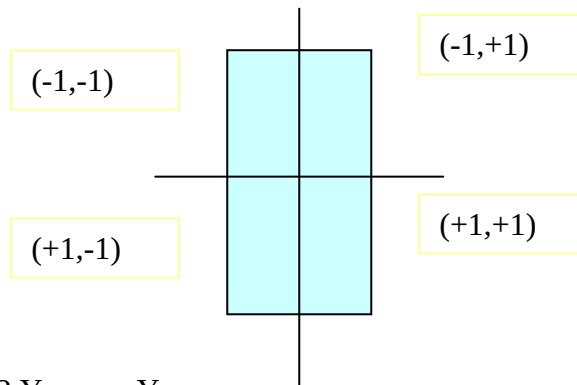
Calcul de la matrice C :

On effectue un décalage suivant du carré central dans une grande fenêtre T (ici 4x4) qui devient une fenêtre T+1 (5x5). On a quatre blocs pour quatre coefficients.



$$C = \begin{bmatrix} i-1, j-1 & i-1, j+1 & i+1, j-1 & i+1, j+1 \\ i, j-1 & i, j+1 & i+2, j-1 & i+2, j+1 \\ i, j & i-1, j+2 & i+2, j & i+2, j+2 \\ i-1, j & i-1, j+2 & i+1, j & i+1, j+2 \\ i-2, j-1 & i-2, j+1 & i, j-1 & i, j+1 \\ i-2, j & i-2, j+2 & i, j & i, j+2 \\ i-1, j-2 & i-1, j & i+1, j-2 & i+1, j \\ i, j-2 & i, j & i+2, j-2 & i+2, j \\ i+1, j-1 & i+1, j+1 & i+3, j-1 & i+3, j+1 \\ i+1, j & i+1, j+2 & i+3, j & i+3, j+2 \\ i-1, j+1 & i-1, j+3 & i+1, j+1 & i+1, j+3 \\ i, j+1 & i, j+3 & i+2, j+1 & i+2, j+3 \\ i-2, j-2 & i-2, j & i, j-2 & i, j \\ i-2, j+1 & i-2, j+3 & i, j+1 & i, j+3 \\ i+1, j-2 & i+1, j & i+3, j-2 & i+3, j \\ i+1, j+1 & i+1, j+3 & i+3, j+1 & i+3, j+3 \end{bmatrix}$$

Nous avons le schéma explicatif suivant :



2) Étape 2 $Y_{2i,2j+1}$ ou $Y_{2i+1,2j}$:

Cette étape permet de trouver les pixels $Y_{2i+1,2j}$ et $Y_{2i,2j+1}$. Nous devons rechercher les mêmes paramètres que l'étape 1 qui sont la matrice C et la vectrice colonne y (**figure 41**).

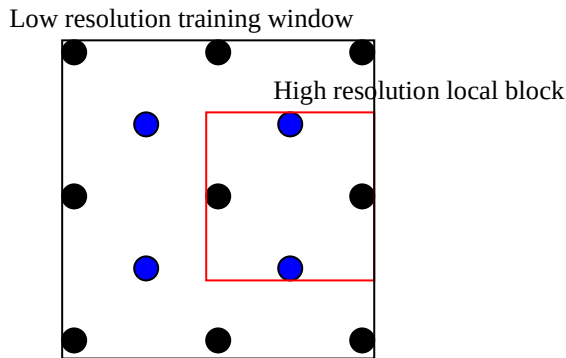
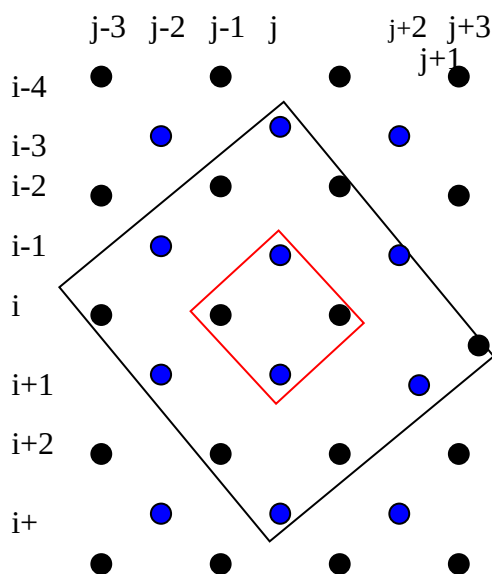


Figure 41: On effectue une fenêtre carrée dans l'image.

Nous allons voir comment cette méthode permet de calculer les différents paramètres de cette interpolation.

Soit y le nouveau vecteur (**figure 42**) :



$$\vec{y} = \begin{bmatrix} i-1, j+0 \\ i+0, j-1 \\ i+0, j+1 \\ i+1, j+0 \\ i-2, j+1 \\ i+1, j-2 \\ i-1, j+2 \\ i+2, j-1 \\ i+1, j+2 \\ i+2, j+1 \\ i-2, j-1 \\ i-1, j-2 \\ i+3, j+0 \\ i-3, j+0 \\ i+0, j-3 \\ i+0, j+3 \end{bmatrix}$$

Figure 42: Fenêtrage dans le ca $Y_{2i+1,2j}$

Soit maintenant le calcul de la matrice C :

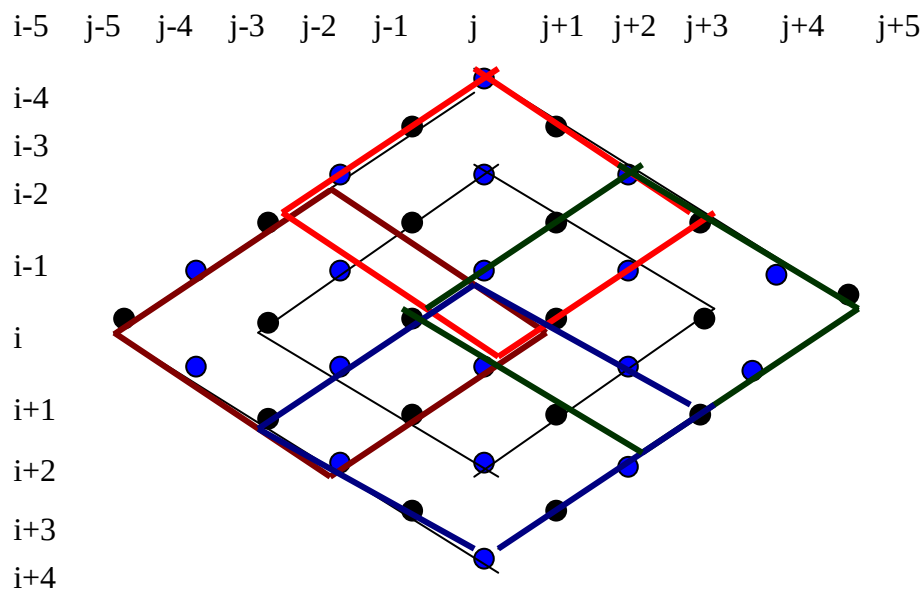


Figure 43: Assemblage des quatre contours pour obtenir les quatre coefficients d'interpolation de l'image

Avantage : Rapidité de calcul. Méthode simple de calcul de la matrice

Résultat sur une image IRM : Même remarque que la méthode précédente

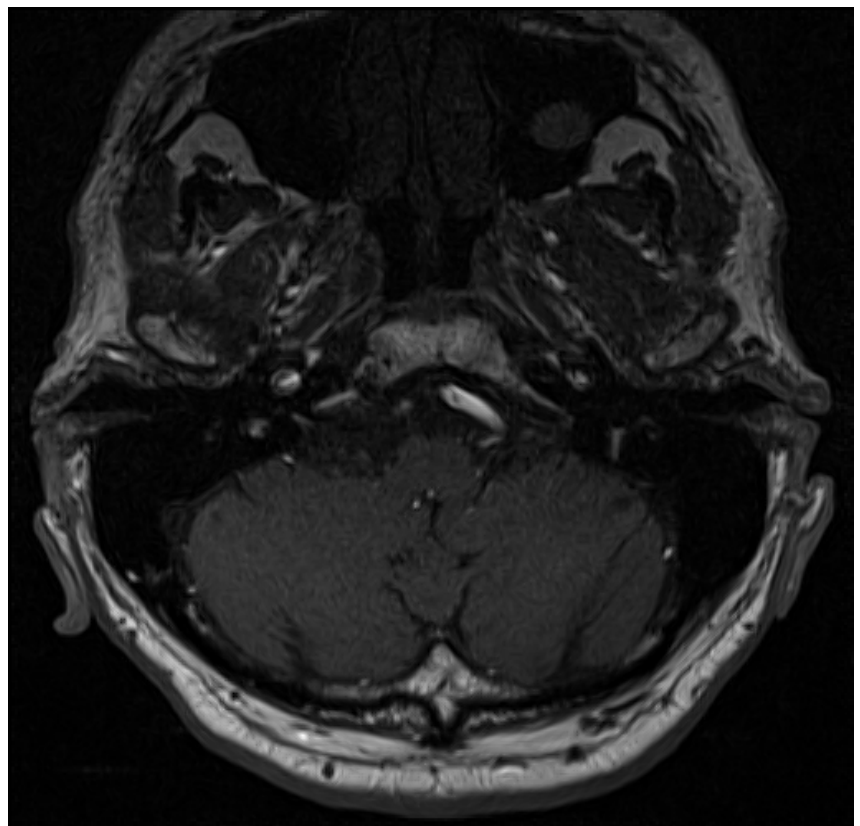
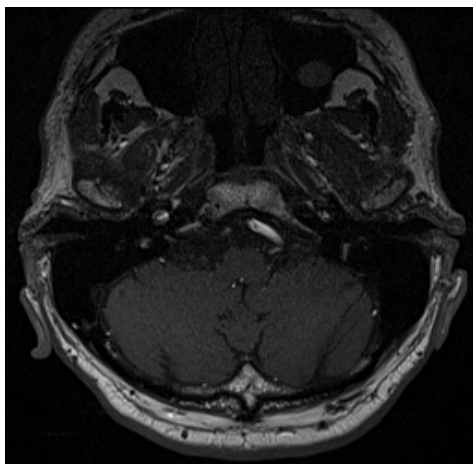


Figure 44: a) Image originale b) Image interpolée de facteur 2

4) iNEDI :

a) Limite de la NEDI :

La méthode NEDI fournit un bon résultat et elle permet de bien effectuer l'approximation des régions en arc de cercle (due à l'opération covariance). La méthode NEDI utilise de manière optimale la covariance car elle prend l'ensemble des pixels de la matrice à reconstruire. Inconvénient de la NEDI : elle a besoin d'une grande fenêtre carrée pour l'approximation. Cela entraîne quelques erreurs d'approximation lors de son calcul et donc d'artéfacts du fait du seuil donné dans le programme et de la matrice des coefficients estimés.

Forme de la fenêtre [18] :

L'utilisation d'une fenêtre carrée entraîne des artéfacts directionnels. Ces effets peuvent être réduits en faisant une fenêtre circulaire pour pouvoir calculer les coefficients d'approximation.

Segmentation

Le problème principal de la méthode NEDI se trouve dans la façon de procéder l'interpolation. La fenêtre idéale où les points doivent être l'interception entre C et $\bar{y}$ doit être une région connectée incluant les 4 valeurs de pixel connues pour $\bar{x}$ ayant localement changé de rotation. Nous utilisons l'algorithme qui permet de déterminer les pixels de la façon suivante :

- Calcul des 4 valeurs des pixels voisins du pixel central à estimer puis de la somme itérative des pixels voisins avec les paramètres suivants :

- La différence entre les niveaux de gris maximum et minimum des 4 voisins doit être inférieure au seuil THR ;
- Le niveau de gris de chaque pixel n'est pas plus grand que la valeur maximale du niveau de gris des 4 voisins du centre de la fenêtre sélectionnée incrémenté par un seuil MARGIN.

L'image après interpolation est telle que le minimum des 4 voisins du centre est décrémenté par le seuil MARGIN.

- La distance Euclidienne entre les pixels et le point central doit être au moins égale à r^4 .

- La région de bord avec les images r va jusqu'au maximum de valeur R, si l'incrémentation du rayon correspond à la décrémentation.

b) Méthode :

Les modifications par rapport à la NEDI sont les suivantes :

- Masques circulaires
- Masques de dimensions variables
- Contrainte de continuité
- Transfert de niveau de gris
- Ajuster les valeurs
- Interpolation bicubique

⁴ R et r correspondent aux deux paramètres de convolution.

1) Masque circulaire :

Dans la méthode NEDI, il y a été observé que l'absence de la symétrie circulaire dans un carré (fenêtre M), entraîne l'apparition d'artefacts dans l'image interpolée. Le masque carré permet de privilégier les directions diagonales en proportion de la taille du masque (**figure 44**).

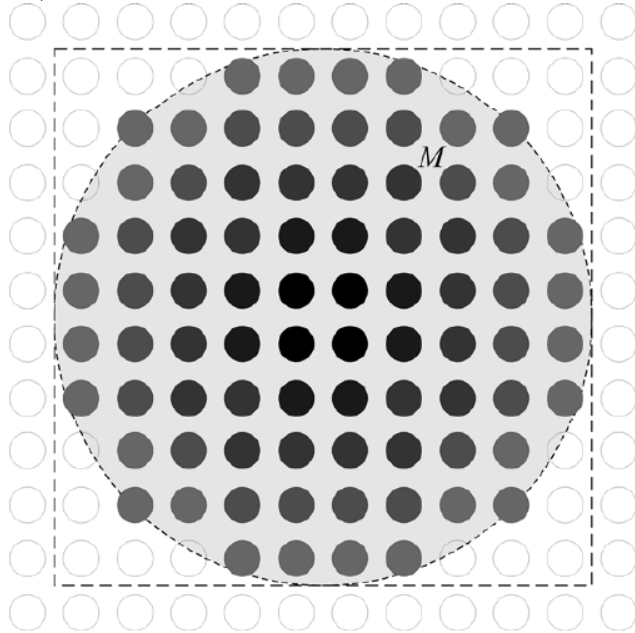


Figure 45 : Masque rond de la méthode iNEDI

La méthode iNEDI [19] [20] utilise un masque circulaire qui doit être un masque inférieur ou égal au rayon donné.

2) Masques de dimension variable :

Nous supposons que l'interpolation d'image est modélisée comme un processus localement stationnaire gaussien δ . Dans la partie de l'image délimitée par le masque est prévu une région dépourvue de bord. Lorsque nous utilisons des petits masques nous aggravons le calcul de $C^T C$, où l'erreur du calcul du vecteur : $\vec{\alpha} = (C^T C)^{-1} (C^T \vec{y})$.

Les images naturelles contiennent généralement deux régions de basses fréquences (régions uniformes) et haute fréquence (contour). En utilisant un masque de taille constante, l'algorithme NEDI ne tient pas compte de ces différences. L'algorithme iNEDI s'adapte aux changements de fréquence dans l'image. Il utilise des masques circulaires de taille croissante. Dans l'algorithme iNEDI pour chaque pixel de l'interpolation, de nouvelles valeurs de coefficients (vecteur $\vec{\alpha}$) sont recalculées et le MSE (Mean Square Error) est donné par :

$$MSE = \|\vec{y} - \vec{\alpha} C\|^2$$

Avec $MSE = \|\vec{y} - \vec{\alpha} C\|^2$ avec vectrice colonne est égale à des valeurs pixels dans la fenêtre M classées de gauche à droite et de haut en bas ; $\vec{\alpha}$: Vecteur avec les quatre coefficients déterminés ; C : La matrice contient dans chaque ligne des valeurs d'intensité égale aux quatre voisins de la diagonale de chaque pixel dans le vecteur

En résumé, pour chaque algorithme d'interpolation de pixels iNEDI, on choisit la taille optimale du masque sur une plage spécifiée de sorte que nous minimisons le MSE. Cette technique a pour effet secondaire d'augmenter la complexité du calcul.

3) Contrainte de continuité :

Pour l'utilisation d'un masque petit, l'hypothèse de stationnarité locale est souvent négligée par la présence de bruit ou de régions à haute fréquence. Dans ce cas, le vecteur $\vec{y}$ contient les pixels qu'ils n'appartiennent pas au bord. Ces pixels introduisent des discontinuités susceptibles de modifier considérablement l'interpolation.

Il y a trois étapes pour faire ce travail :

- Sélectionner les niveaux d'intensité ;
- Sélectionner les pixels liés ;
- Zones uniformes d'exclusion

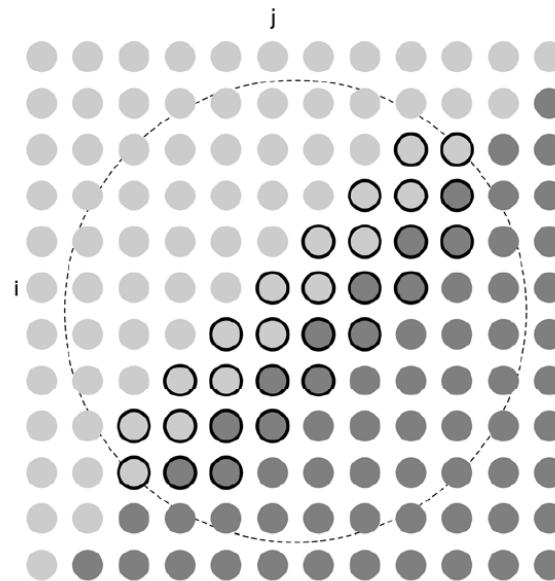


Figure 46: Contrainte de continuité dans la méthode iNEDI

Voici le principe des trois étapes précédentes :

① Sélectionner les niveaux d'intensité

Initialement tous les i pixels où la valeur de l'intensité n'est pas incluse dans un intervalle fixe. L'intervalle se nomme (LMIN et LMAX). Cet intervalle est indiqué par les valeurs de l'intensité minimum (PMIN) et le maximum (PMAX) des quatre pays voisins (régions voisines) de diagonale adjacente au pixel interpolé.

La valeur RNG correspond à la valeur minimale entre le paramètre BT, la méthode iNEDI produit la différence d'intensité PDIF = PMAX – PMIN.

Dans le cas de LMIN minimal de 0, sa valeur est fixée à zéro. Quand LMAX est supérieur au maximum de la valeur de l'intensité admissible (MAXPIX), sa valeur est égale à MAXPIX.

$$\text{RNG} = \min(\text{BT}, \text{PMAX} - \text{PMIN})$$

$$\text{LMIN} = \max(0, \text{PMIN} - \text{RNG})$$

$$\text{LMAX} = \min(\text{MAXPIX}, \text{PMAX} + \text{RNG})$$

MAXPIX est la valeur maximale d'intensité admissible pour les images à interpoler.

On utilise la formule qui donne :

$$\text{MAXPIX} = 2^{SZ} - 1$$

avec SZ le nombre de pixel par pixel (SZ)

Pour enregistrer les pixels sélectionnés, on utilise un masque binaire (SELMASK) assez grand pour contenir le rayon maximal du masque circulaire(MT), à l'endroit où les éléments sont des 1 correspondent au pixel sélectionné.

② Sélectionner les pixels liés

Pour le masque (SELMASK) sont exclus (les valeurs 0) les éléments non-connus aux quatre éléments centraux. Les valeurs sélectionnées sont un couple de deux pixels soient horizontaux, verticaux ou diagonaux.

4) Calcul du MOORE-PENROSE :

La méthode NEDI donne un i coefficient de $\vec{\alpha}$ qui est calculé avec la méthode du minimal carré (MSE) $\vec{\alpha} = (C^T C)^{-1} (C^T \vec{y})$. Ce qui impose l'inversion de la matrice $C^T C$. Le calcul des coefficients d'interpolation peut être réécrit comme $\alpha = C^+ y$ où $C^+ = (C^T C)^{-1} C^T$ est la matrice pseudo inverse de Moore-Penrose.

E' permet de trouver la solution à un niveau minimum d' $\alpha = C^+ y$, par décomposition des valeurs simples ce qui évite d'inverser les matrices $C^T C$.

5) La traduction en niveau de gris (grayscale) :

Pour minimiser les erreurs lors du calcul numérique de l'image interpolée les valeurs entières de l'image de départ sont traitées sur 16 bits pour ajuster au format de l'image médicale. On aura en sortie une image de 16 bits.

6) Valeur ajustée :

Définir une série d'éligibilité à l'interpolation de valeur de pixel dont les coordonnées sont données par le maximum(PMIN) et le minimum (PMAX) de 4 voisins.

Si la valeur calculée est en dehors de la gamme admissible (supérieur au niveau de gris maximum de l'image médicale). Nous devons imposer la valeur maximale de l'échelle de gris de l'image source.

7) Interpolation bicubique :

Contrairement à la méthode NEDI, la méthode iNEDI utilise l'interpolation bicubique au lieu de l'interpolation bilinéaire. Elle est relativement uniforme pour les régions où le calcul d'iNEDI ne peut pas être fait par le vecteur $\vec{y}$.

Pour calculer la valeur de l'interpolation des pixels on utilise l'interpolation polynomiale suivante :

$$P(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{i,j} x_j y_i$$

Avec P(x,y) représente la valeur du pixel en position (x,y).

Pour calculer la valeur du coefficient a_{ij} , il faut résoudre le système linéaire des 16 équations qui permet de donner la solution des 16 valeurs inconnues en appliquant la formule (1) pour 16 pixels connus (**figure 47**).

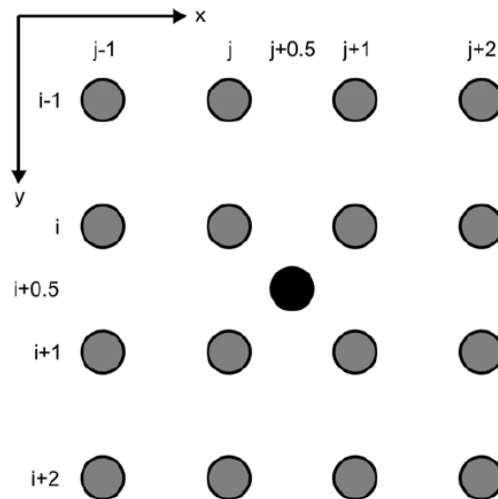


Figure 47: Contrainte de continuité dans la méthode iNEDI

c) Implémentation :

a) Le seuil de détection des bords:

L'algorithme iNEDI est appliqué seulement aux pixels autour de l'image bord (edge pixels), tandis que les pixels restants (nonedge pixels), sont calculés avec l'interpolation bicubique. On effectue cette détection en recherchant les pixels que nous ne connaissons pas par l'utilisation de la différence d'intensité P_{MAX}-P_{MIN}.

b) Padding:

Le Padding est un processus de rangement des pixels non-connus dans la matrice de pixel. Elle est composée de deux phases et constitué d'une image avec un cadre extérieur de plus de deux pixels de rayon maximum de la fenêtre circulaire M.

On aura $MP = 2 + MT$.

Le cadre du tableau est réalisé grâce à la réplication dans les directions respectives, la première, la dernière rangée de pixels (l'axe verticale) puis la première et la dernière colonne de pixel (l'axe horizontal)(**figure 47**).

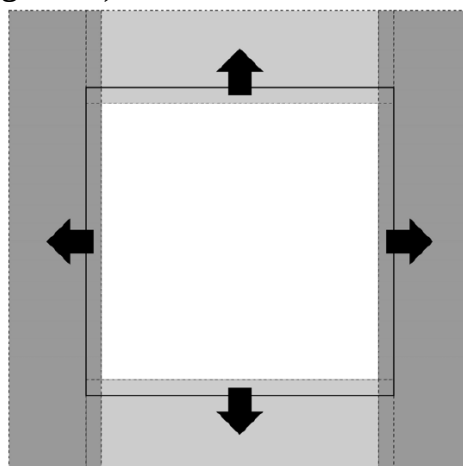


Figure 48:Padding

Le second padding consiste à produire un angle de 45°. Grâce aux formules de covariance comme le NEDI, nous avons une image qui est tournée de 45°.

Il faut maintenant ranger les pixels avec la méthode décrite : ajouter chaque pixel de la première phase, puis remplacer les pixels non-connus avec les pixels connus ou une colonne du triangle adjacent.

Sur la **figure 48**, les lettres en gras (les pixels en niveau de gris) avec les lettres en ordre croissant montrent la façon dont les pixels sont remplis. La valeur d'intensité des pixels remplis sont obtenus par la moyenne de deux pixels adjacents.

M (L+H)/2	H (G+A)/2	A	C (A+B)/2	F (C+E)/2
L (K+G)/2	G		B	E (B+D)/2
K				D
O (N+K)/2	N		I	J (I+D)/2
R (Q+O)/2	Q (P+N)/2	P	S (P+I)/2	T (S+J)/2

Figure 49: Après remplacement des pixels

c) Les étapes résumés :

L'algorithme iNEDI s'applique pour les images (2D). Mais cette méthode est applicable pour les images multi-couleurs réappliqué à la procédure de chaque canal.

Chaque cycle de l'algorithme peut presque doubler la taille de l'image en hauteur et en largeur. Pour minimiser les erreurs de calcul, l'image est d'abord convertis en type double puis les niveaux de gris sont décalés vers le haut et sont limités par le seuil maximum de niveau de gris de l'image source.

Le cycle fondamental de l'algorithme iNEDI est divisé en deux phases qui répètent les mêmes étapes, sauf la procédure de remplissage second cas de **figure 49**.

Les pixels de l'image originale sont rangés dans des colonnes. Les pixels de la première ligne et de la première colonne ont pour coordonnées i, j.

Chaque pixel contenu dans l'aire d'espace est copié dans une nouvelle matrice dans cette position de $\pi/4$ dans le sens de l'orientation de l'image que nous examinons.

Si nous sommes dans la dernière colonne ou dans une colonne vide (zone gris de la figure 49) alors nous devons pour cela calculer les valeurs PMIN et PMAX. Ces deux valeurs représentent respectivement la valeur d'intensité maximale et minimale des quatre pixels voisins (dans une région de dimension 2x2). Il y a des avantages car les valeurs sont calculées LMIN, LMAX et le masque SELMASK.

A partir du masque avec le rayon de ML, on initialise le vecteur $\bar{y}$ et la matrice C . Les pixels trouvés sont insérés dans les colonnes du masque circulaire BS. Pour chaque pixel dont l'intensité a été ajoutée au vecteur $\bar{y}$, on les ajoute dans la matrice C .

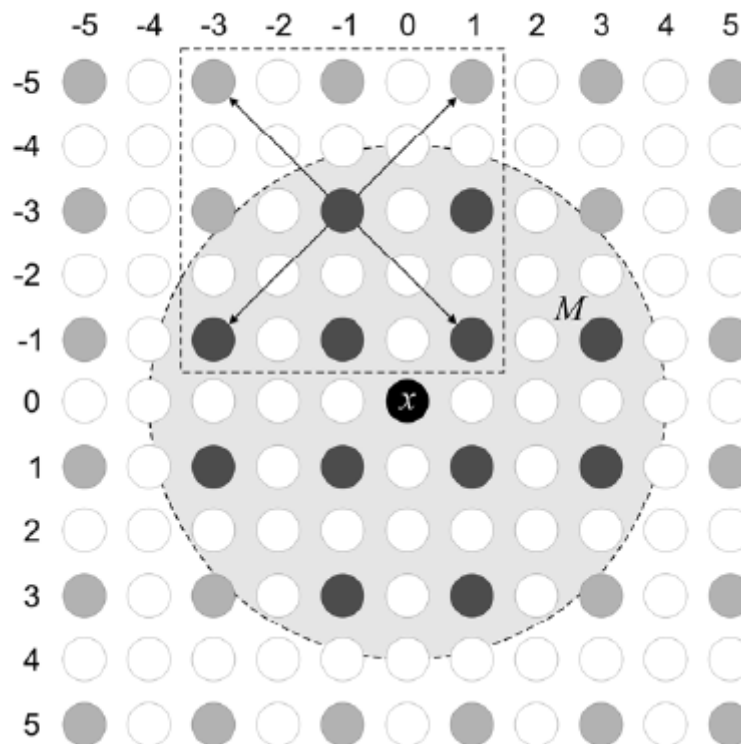
Sinon, il est calculé en utilisant le vecteur de coefficients alpha de la formule $\bar{\alpha} = (C^T C)^{-1} (C^T \bar{y})$ et le MSE de la formule : $\|\bar{y} - \bar{\alpha}\|^2$.

Si la valeur du MSE est plus petite que la valeur (PREVMSE) alors le calcul d'un pixel doit être effectué en augmentant le rayon du masque circulaire.

Ce cycle se termine lorsque vous faites le calcul en utilisant le masque de rayon (MT), ou lorsque le MSE est calculé et supérieur ou égal au pixel précédent. Dans ce dernier cas, nous considérons que le vecteur alpha sera toujours égal à la valeur minimale de le MSE

Après chaque étape, on doit réaffecter l'image actuelle ou celle à laquelle vous devez appliquer les étapes ultérieures. A la fin de la deuxième phase de chaque cycle d'algorithme fondamentale iNEDI, on effectue une rotation des pixels de 45° .

On termine les phases pour cette interpolation par l'ajustement du nombre de pixel de chaque pixel (ici 16 bits pour le médicale).



$$\bar{y} = [\bar{x}_{-3,-1} \quad \bar{x}_{-3,1} \quad \bar{x}_{-1,-3} \quad \bar{x}_{-1,-1} \quad \bar{x}_{-1,1} \quad \bar{x}_{-1,3} \quad \dots \quad \bar{x}_{3,1}]^T$$

$$C = \begin{bmatrix} \bar{x}_{-5,-3} & \bar{x}_{-5,1} & \bar{x}_{-1,-3} & \bar{x}_{-1,1} \\ \bar{x}_{-5,-1} & \bar{x}_{-5,3} & \bar{x}_{-1,-1} & \bar{x}_{-1,3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{x}_{1,-1} & \bar{x}_{1,3} & \bar{x}_{5,-1} & \bar{x}_{5,3} \end{bmatrix}$$

Avantage : Plus rapide que la méthode NEDI

Inconvénient : Apparition d'artéfact local

Résultat sur une image IRM :

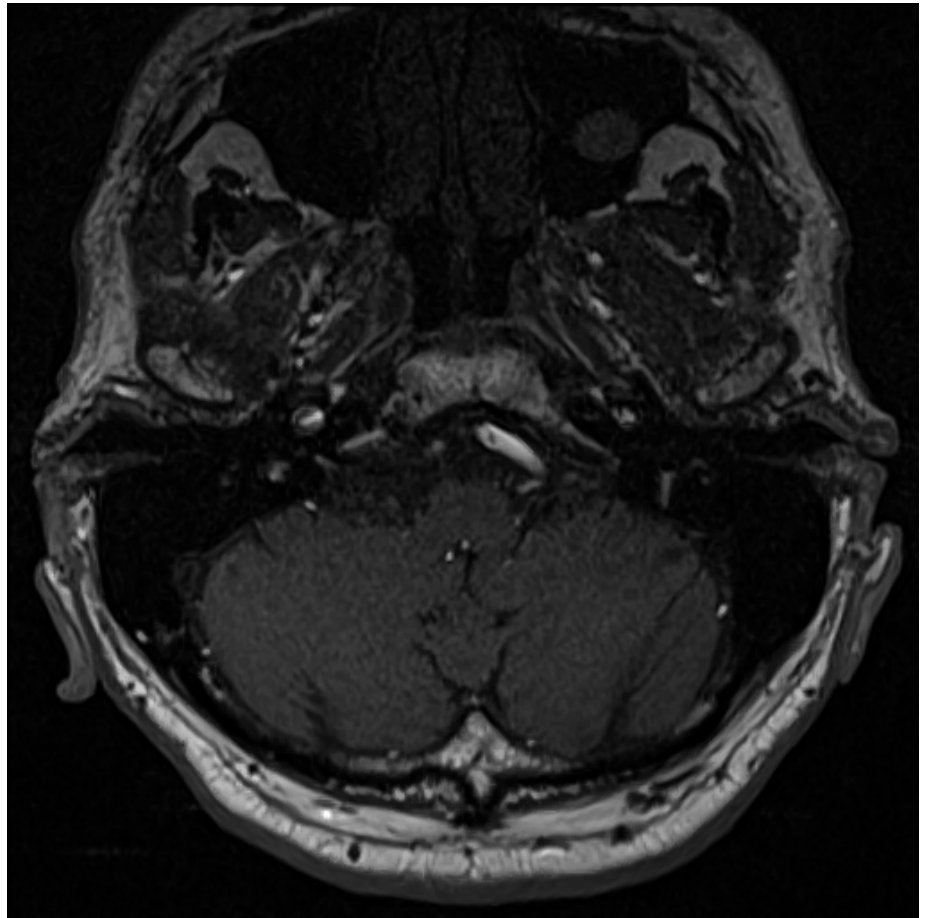
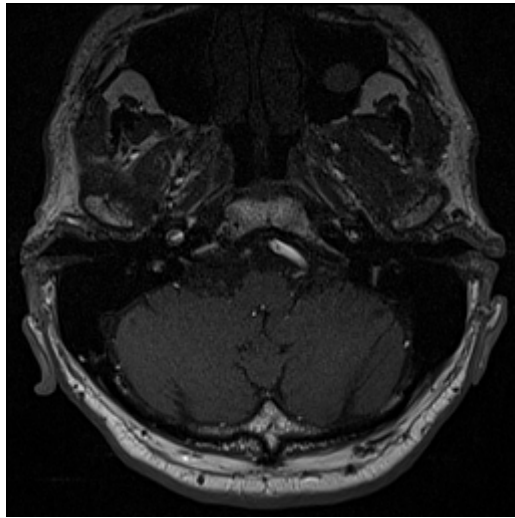


Figure 50: a) L'image originale, b) Image interpolée de facteur 2

Nous pouvons observer sur l'image interpolée un peu de flou.

5) ICBI

Le ICBI [21] signifie Iterative Based Interpolation. Elle est basée sur l'étude des méthodes NEDI, iNEDI.

Cette méthode s'effectue en deux étapes :

- un simple rule-based hole-filling qui permet de calcul les nouveaux pixels de l'image interpolée. On calcule en utilisant la dérivée de la 2nd ordre.
- Redéfinir les valeurs des pixels de l'interpolation vers un algorithme itérative 2nd ordre dérivé continue avec quelques contraintes pour préserver les bords.

Il est proposé de suivre la démarche suivante :

- Mettre les pixels originaux (donc ranger les pixels de la matrice originale) en une matrice finale de la grandeur de l'image interpolée $2i, 2j$.
- Insertion des pixels à l'emplacement $2i+1, 2j+1$ avec la méthode FCBI
- Application de la correction itérative jusqu'à la variation de l'image doit être au-dessous d'un seuil ou du nombre maximal d'itération qui est recherché.
- Insérer les pixels en utilisant la méthode FCBI.
- Application de la correction itérative pour rajouter des pixels.

- Répétition de tous le processus décrit au-dessus sur la nouvelle image pour l'agrandissement

Étape 1 :

Les nouveaux pixels estimés sont obtenus par la moyenne de deux pixels voisins opposés. On fait l'interpolation des deux pixels opposés voisins. Nous calculons la dérivée de second ordre pour les deux directions diagonales.

Cette étape permet de trouver les pixels $Y_{2i+1,2j+1}$ dans la matrice finale interpoler **figure 50**.

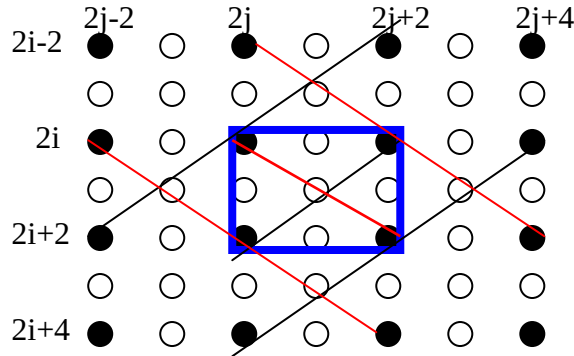


Figure 51 : Représentation des pixels $Y_{2i+1,2j+1}$

On utilise ici la méthode *Fast Curvature based Interpolation*.

Nous calculons l'approximation locale de la dérivé second ordre $\tilde{Y}_{11}(2i+1,2j+1)$ et $\tilde{Y}_{22}(2i+1,2j+1)$ ce qui nous donne deux diagonales de direction en utilisant 12 pixels voisins (**figure 51**):

Sur **la figure 52**, $\tilde{Y}_{11}(2i+1,2j+1)$ est représenté par les diagonales de 45° et $\tilde{Y}_{22}(2i+1,2j+1)$ est représenté par les diagonales d'angle de 135° ,

$$\tilde{Y}_{11}(2i+1,2j+1) = Y(2i-2,2j+2) + Y(2i,2j) + Y(2i+2,2j-2) - 3Y(2i,2j+2) - 3Y(2i+2,2j) + Y(2i,2j+4) + Y(2i+2,2j+2) + Y(2i+4,2j)$$

$$\tilde{Y}_{22}(2i+1,2j+1) = Y(2i,2j-2) + Y(2i+2,2j) + Y(2i+4,2j+2) - 3Y(2i,2j) - 3Y(2i+2,2j+2) + Y(2i-2,2j) + Y(2i,2j+2) + Y(2i+2,2j+4)$$

Si $\tilde{Y}_{11}(2i+1,2j+1) > \tilde{Y}_{22}(2i+1,2j+1)$

Alors $p_1 = (Y(2i,2j) + Y(2i+2,2j+2)) / 2$

Sinon $p_2 = (Y(2i+2,2j) + Y(2i,2j+2)) / 2$

End

Avec i, j appartenant à $2 \dots n, m$.

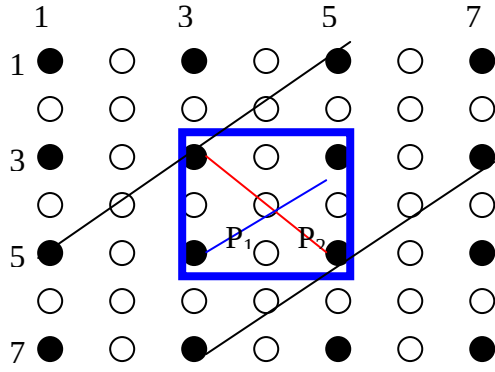


Figure 52 : Représentation des pixels $Y_{2i+1,2j+1}$

Le calcul dans la première fenêtre avec les formules ci-dessus :

Par exemple $Y_{11}(4,4) = Y(3,1) + Y(1,3) + Y(5,7) + Y(7,5) + Y(5,3) + Y(3,5) - 3Y(3,3) - 3Y(5,5)$

$P_1 = (Y(3,3) + Y(5,5))/2$ et $P_2 = (Y(5,3) + Y(3,5))/2$

Idem calcul pour Y_{12}

Pour effectuer l'ensemble du calcul, nous devons calculer tous les fenêtres marron une par une, puis les fenêtres bleues. (figure 53).

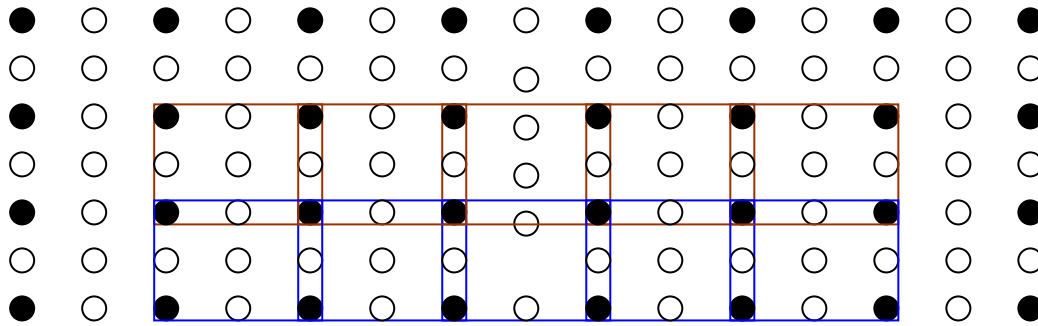


Figure 53 : Représentation des pixels $Y_{2i+1,2j+1}$ dans sa totalité

On va maintenant faire le calcul d'itérative d'interpolation curviligne.

$$\begin{aligned} U_c(2i+1,2j+1) = & w_1(|Y_{11}(2i,2j) - Y_{11}(2i+1,2j+1)| + |Y_{22}(2i,2j) - Y_{22}(2i+1,2j+1)|) \\ & + w_2(|Y_{11}(2i,2j) - Y_{11}(2i+1,2j-1)| + |Y_{22}(2i,2j) - Y_{22}(2i+1,2j-1)|) \\ & + w_3(|Y_{11}(2i,2j) - Y_{11}(2i-1,2j+1)| + |Y_{22}(2i,2j) - Y_{22}(2i-1,2j+1)|) \\ & + w_4(|Y_{11}(2i,2j) - Y_{11}(2i-1,2j-1)| + |Y_{22}(2i,2j) - Y_{22}(2i-1,2j-1)|) \end{aligned}$$

w_i est les poids de 1 quand la première dérivée dans la direction de correspondance n'est pas supérieur au seuil de continuité sinon 0.

Où Y_{11} , Y_{22} sont une approximation locale de dérivée directionnelle de second ordre, calculer comme :

$$Y_{11}(2i+1,2j+1) = Y(2i-2,2j-2) + Y(2i+2,2j+2) - 2Y(2i+1,2j+1)$$

$$Y_{22}(2i+1,2j+1) = Y(2i-2,2j+2) + Y(2i+2,2j-2) - 2Y(2i+1,2j+1)$$

Ensuite la formule de la dérivée :

$$f(Y) = -\frac{Y_1(i,j)^2 Y_2(i,j) - 2Y_1(i,j)Y_2(i,j)Y_{12}(i,j) + Y_{22}(i,j)^2 Y_1(i,j)}{Y_1(i,j)^2 + Y_2(i,j)^2} \quad (74)$$

Nous devons ensuite calculer le potentiel défini comme :

$$U_i(2i+1, 2j+1) = f(Y)_{|2i+1, 2j+1} Y(2i+1, 2j+1)$$

Y_{11} , Y_{22} sont calculés de même façon, les autres dérivées estimées sont obtenues comme:

$$Y_{12}(2i+1, 2j+1) = 0.5(Y(2i+1, 2j-1) + Y(2i+1, 2j+3) - Y(2i+1, 2j+1) - Y(2i+3, 2j+1))$$

$$Y_1(2i+1, 2j+1) = 0.5(I(2i, 2j) - Y(2i+2, 2j+2))$$

$$Y_2(2i+1, 2j+1) = 0.5(I(2i, 2j+2) - Y(2i+2, 2j))$$

La fonction complète de l'énergie pour chaque proche pixel local $(2i+1, 2j+1)$ est la somme de continuité courbure et amélioration des courbes.

$$\text{On aura } U(2i+1, 2j+1) = \alpha U_c(2i+1, 2j+1) + \beta U_e(2i+1, 2j+1) + \gamma U_i(2i+1, 2j+1)$$

La première étape de la correction itérative est implémentée finalement comme une simple énergie après l'évaluation des pixels originaux locaux $(2i, 2j)$ et l'insertion des valeurs interpolées $(2i+1, 2j+1)$. Nous calculons pour chaque pixel, la fonction énergie $U(2i+1, 2j+1)$ et les deux modifications d'énergie $U^+(2i+1, 2j+1)$ et $U^-(2i+1, 2j+1)$.

Par exemple, les valeurs d'énergie obtenues par l'addition ou soustraction d'une valeur fixe ρ pour la valeur de pixel local $Y(2i+1, 2j+1)$ est assignée au pixel. Cette procédure est répétée itérativement jusqu'à la somme de la modification des pixels à une itération courante. Cette modification doit être au moins plus grande que le seuil fixé T , ou le nombre maximum d'itération à rechercher.

Le nombre itération doit aussi être fixé en outre pour adapter la complexité du calcul.

Alpha, bêta, gamma sont choisis par test et erreur obtenus avec un compromis entre la finesse du bord et effacement des artéfacts.

Après le second trou (l'endroit où il n'y a pas de pixel), le processus itération est répété en une similaire explication que précédemment vu.

Étape 2 :

Cette étape permet de trouver les deux pixels non-connus $Y_{2i+1, 2j}$ ou $Y_{2i, 2j+1}$.

On calcule ici les poids moyens des 4 proches voisins de l'image après la première étape. On peut dire que nous calculons les pixels sur les directions horizontaux ou verticaux.

Pour trouver le centre de cette nouvelle fenêtre (**figure 53** le cercle rouge), nous devons obtenir l'interpolation de deux opposés en direction où la différence est plus basse.

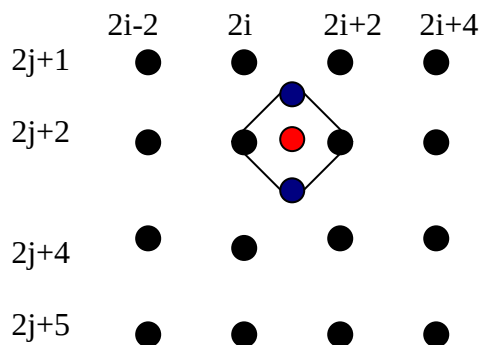


Figure 54: Représentation pour les pixels $Y_{2i+1, 2j}$ ou $Y_{2i, 2j+1}$

La **figure 55** représente la généralisation dans le cas $Y_{2i+1,2j}$ et $Y_{2i,2j+1}$:

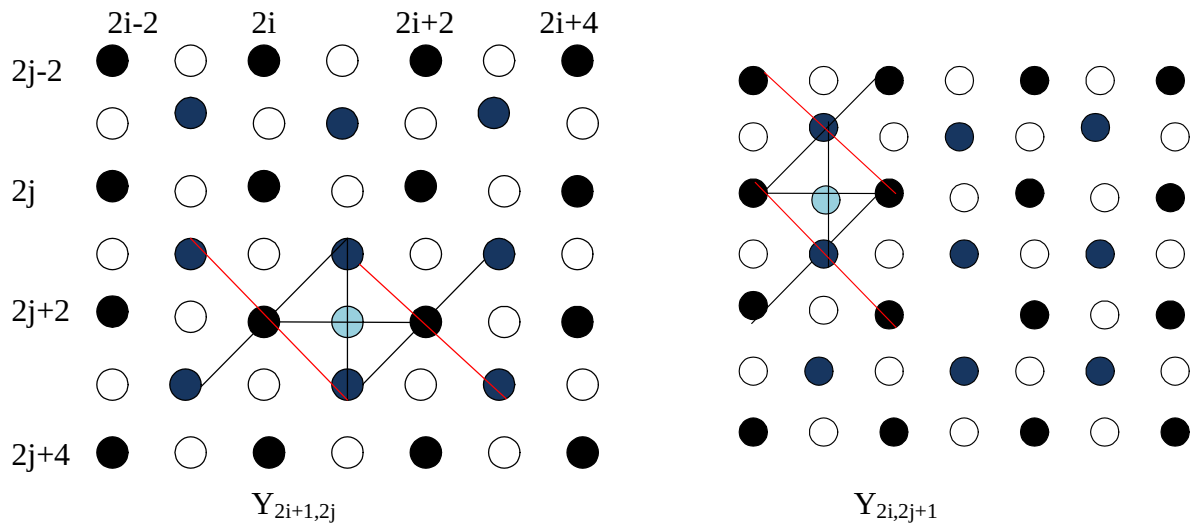


Figure 56 : Généralisation

Calcul du Fast Curvature based Interpolation

On calcule de la même façon les diagonales rouge et bleu que pour le cas $Y_{2i+1,2j+1}$.

Puis poursuite du calcul comme pour $Y_{2i+1,2j+1}$ jusqu'à avoir remplacé tous les pixels dans l'image HL.

Avantage : méthode être aussi rapide que la méthode NEDI

Inconvénient : apparition d'artéfact et de pixel

Résultat sur une image IRM :

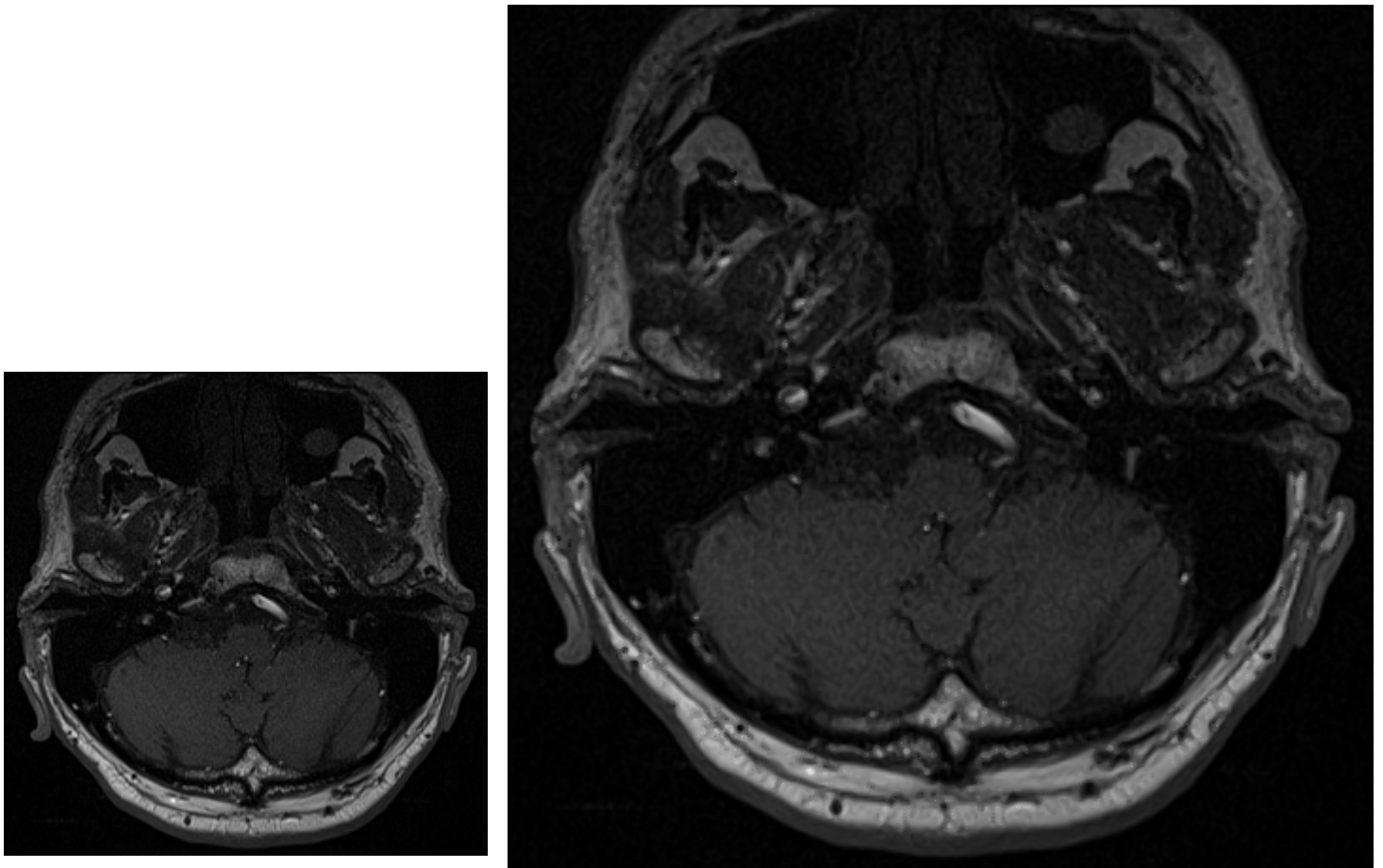


Figure 57 : a) Image Originale, b) Image interpolée de facteur de 2

6) IEDI :

Le problème fondamental d'une méthode multi-résolution adaptative est basé sur la covariance. Cette matrice de covariance permet de faire la transposition d'une image en haute résolution vers une image en basse résolution. Pour résoudre ce problème, nous utilisons la dualité géométrique entre basse et haute résolution reliant des paires de pixels de même direction.

La méthode IEDI (Improvement Edge-directed Interpolation) est basée sur le même principe que la méthode NEDI (New edge-directed Interpolation). (figure 57)

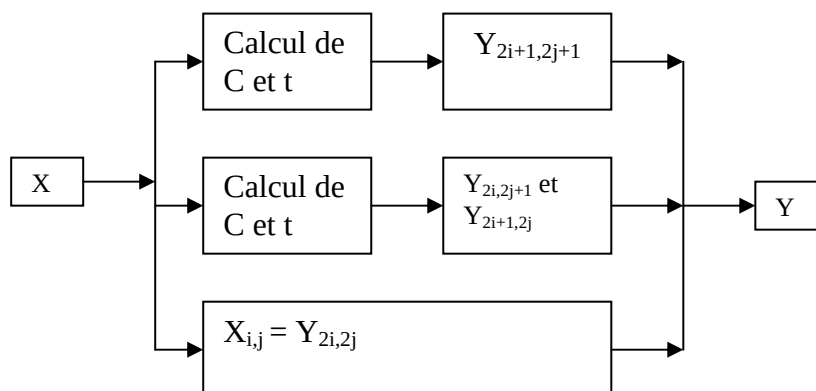


Figure 58: Méthode IEDI

Étape 1 : Elle est identique à l'étape 1 de la méthode NEDI.

Étape 2 :

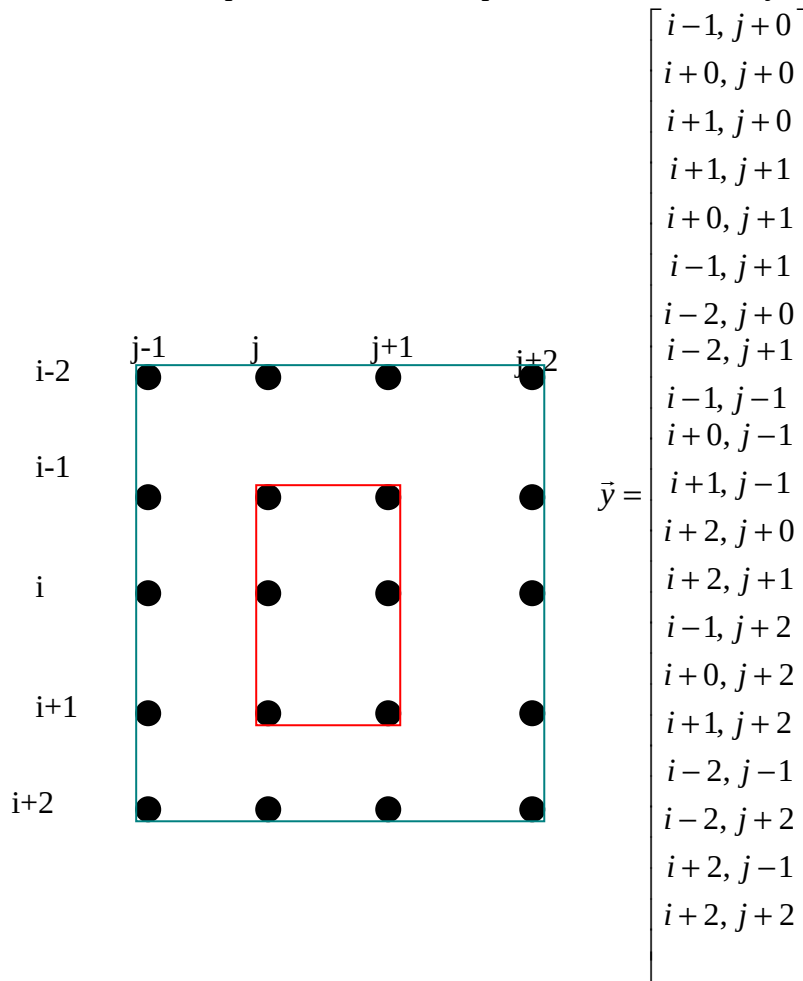
Dans cette étape nous devons faire deux étapes importantes :

Type A : $Y_{2i+1,2j}$

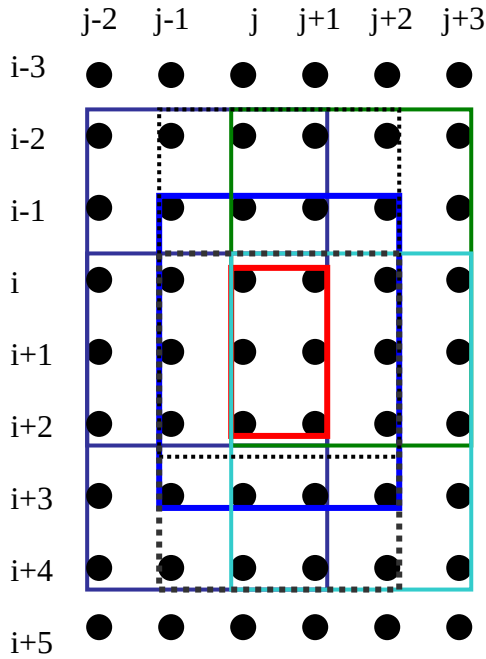
Linéarisation des coefficients de la formule linéaire des 6 coefficients d'interpolation de la formule (75):

$$Y_{2i+1,2j} = \alpha_0 Y_{2i,2j} + \alpha_1 Y_{2i,2j-2} + \alpha_2 Y_{2i+2,2j-2} + \alpha_3 Y_{2i,2j+2} + \alpha_4 Y_{2i+2,2j+2} + \alpha_5 Y_{2i+2,2j} \quad (75)$$

Comme dans l'étape 1, on commence par trouver le vecteur $\bar{y}$.



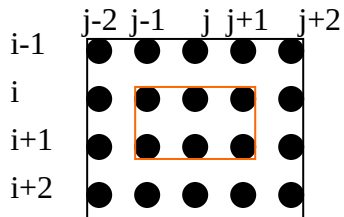
Calcul de la matrice C : Dans ce cas ici, nous avons 6 blocs pour obtenir 6 coefficients. Nous avons 6 matrices de dimension de la fenêtre centrale de dimension 4x5.



On applique la formule suivante de la somme linéaire :

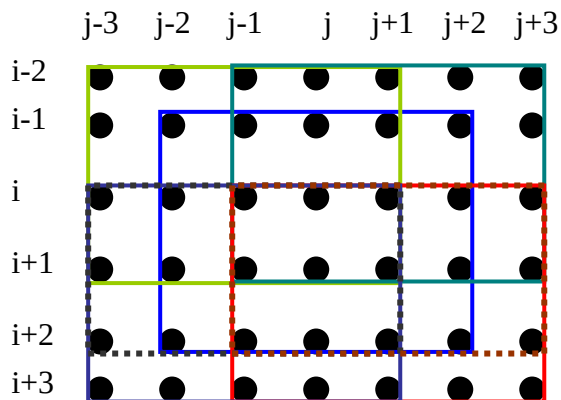
$$Y_{2i+1,2j} = \alpha_0 Y(2i, 2j) + \alpha_1 Y(2i, 2j+2) + \alpha_2 Y(2i, 2j-2) + \alpha_3 Y(2i+2, 2j) + \alpha_4 Y(2i+2, 2j+2) + \alpha_5 Y(2i+2, 2j-2)$$

Type B : $Y_{2i,2j+1}$



$$\bar{y} = \begin{bmatrix} i+0, j-1 \\ i+1, j-1 \\ i+1, j+0 \\ i+1, j+1 \\ i+0, j+1 \\ i+0, j+0 \\ i-1, j-1 \\ i-1, j+0 \\ i-1, j+1 \\ i+0, j-2 \\ i+1, j-2 \\ i+2, j-1 \\ i+2, j+0 \\ i+2, j+1 \\ i+0, j+2 \\ i+1, j+2 \\ i-1, j-2 \\ i-1, j+2 \\ i+2, j-2 \\ i+2, j+2 \end{bmatrix}$$

Calcul de la matrice C : On aura ici 6 blocs pour obtenir 6 coefficients. Nous avons 6 matrices de dimension de la fenêtre centrale de dimension 4x5.



Puis somme des coefficients interpolés avec la formule de la linéarisation :

$$Y_{2i,2j+1} = \alpha_0 Y(2i, 2j) + \alpha_1 Y(2i, 2j+2) + \alpha_2 Y(2i, 2j-2) + \alpha_3 Y(2i+2, 2j) + \alpha_4 Y(2i+2, 2j+2) + \alpha_5 Y(2i+2, 2j-2)$$

Avantage : Modification de certains pixels de contour

Inconvénient : Apparition de pixels floutés

Résultat sur une image IRM :

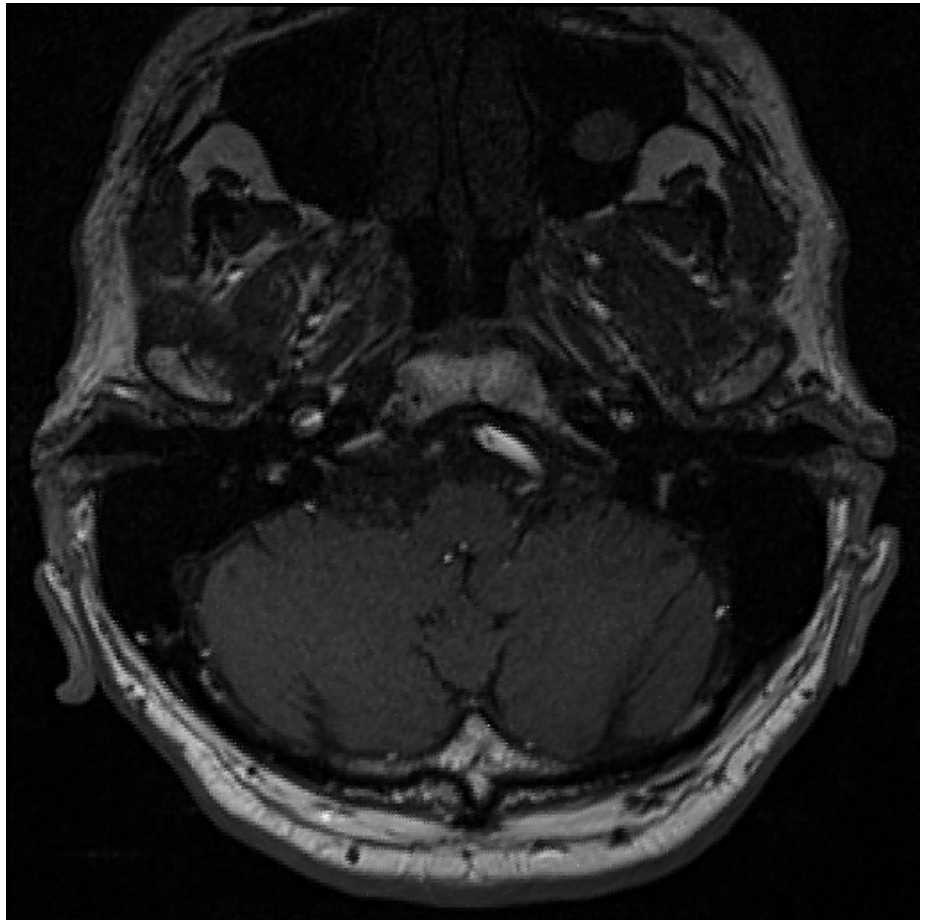
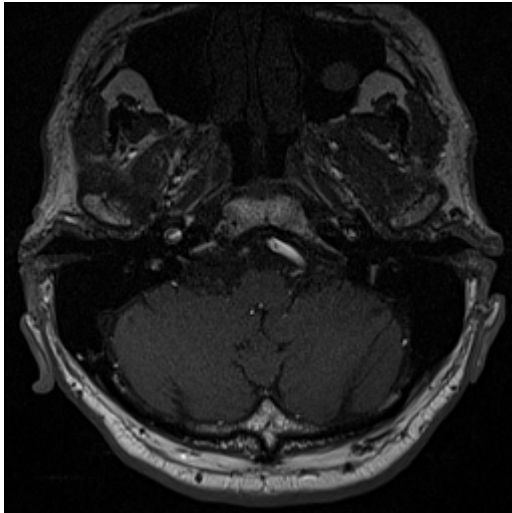


Figure 59: a) Image originale, b) Image interpolée de valeur 2

7) MEDI :

MEDI signifie Modified Edge Directed Interpolated [22]. Cette méthode permet de faire une grande amélioration dans la façon d'approximer par rapport à la deuxième étape de la méthode NEDI. Je me suis appuyé sur le travail de Wing-Sham Tam qui a créé cette nouvelle méthode lors de sa thèse Japonaise de 2009.

Méthode :

Cette méthode modifie quelques parties de l'algorithme de base NEDI (New edge-directed interpolated). L'algorithme nous propose d'utiliser la première étape de la méthode NEDI. (**figure 60**). La méthode utilise une fenêtre rectangulaire qui utilise la même façon pour interpolée.

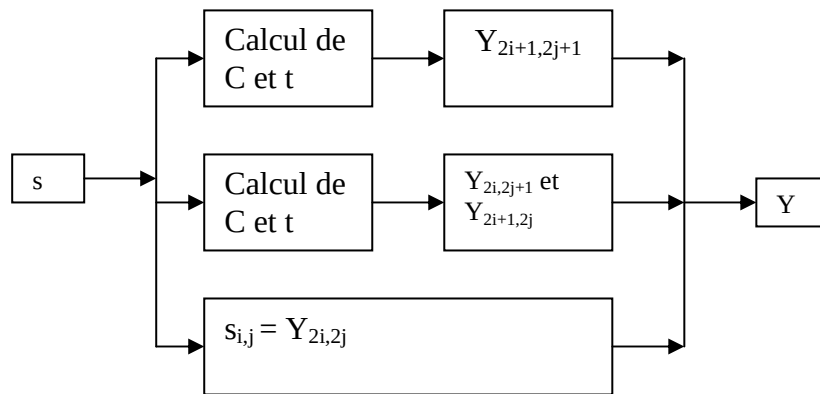


Figure 60: Interpolation Step/ étape d'interpolation MEDI

Étape 1 :

Résumé de l'étape par un algorithme :

On appelle ε la largeur de la fenêtre ici 8.

For $i=1 :2 :2H$

For $i = 1 :2 :2W$

Comment : The energy of four 5x5 training windows are computed

Comment: All the training windows have the structure as shown in figure 5.

C = the training windows with the maximum energy

$R = C^T C$;

$r = [r_0, r_1, r_2, r_3]$

if $\text{rank}(R) == 4$ and $\text{var}(r) > \varepsilon$

then $\alpha = R^{-1}r$

else $\alpha = [1/4 \ 1/4 \ 1/4 \ 1/4] \rightarrow$ interpolation bilinear

$y = [Y_{2i,2j} \ Y_{2i,2j+2} \ Y_{2i+2,2j+2} \ Y_{2i+2,2j}]$

$Y_{2i+1,2j+1} = \alpha^T y$

Comment: End of the first step

Nous effectuons le même travail que dans la première étape de la méthode NEDI.

Etape 2 :

Pseudo code :

For $j = 1 :2 :2H$

For $i=1 :2 :2W$

Comment : the energy of six 5x9 training windows are computed

Comment: all the training windows have the structure as shown figure

C : the training windows with the maximum energy

$R = C^T C$

$r = [r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5]$;

if $\text{rank}(R) == 6$ and $\text{var}(r) > \varepsilon$

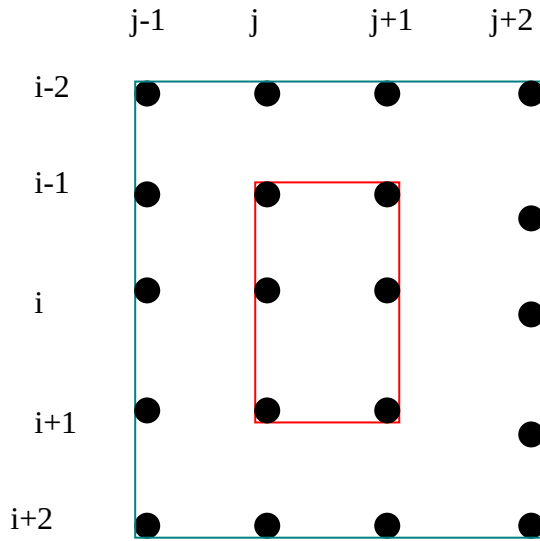
then $\alpha = R^{-1}r$

$y = [Y_{2i-2,2j-2}, Y_{2i,2j}, Y_{2i,2j+2}, Y_{2i+2,2j-2}, Y_{2i+2,2j+2}, Y_{2i+2,2j-2}]$
 else $\alpha = [\frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4} \frac{1}{4}]$
 $y = [Y_{2i,2j} \ Y_{2i+1,2j+1} \ Y_{2i+2,2j} \ Y_{2i+2,2j-1}]$
 $Y_{2i+1,2j} = \alpha^T \cdot y$
Comment : end of the second step
Comment: Repeat the second for updating $Y_{2i,2j+1}$

Nous utilisons la formule linéaire pour le $Y_{2i,2j+1}$ et $Y_{2i+1,2j}$ (76).

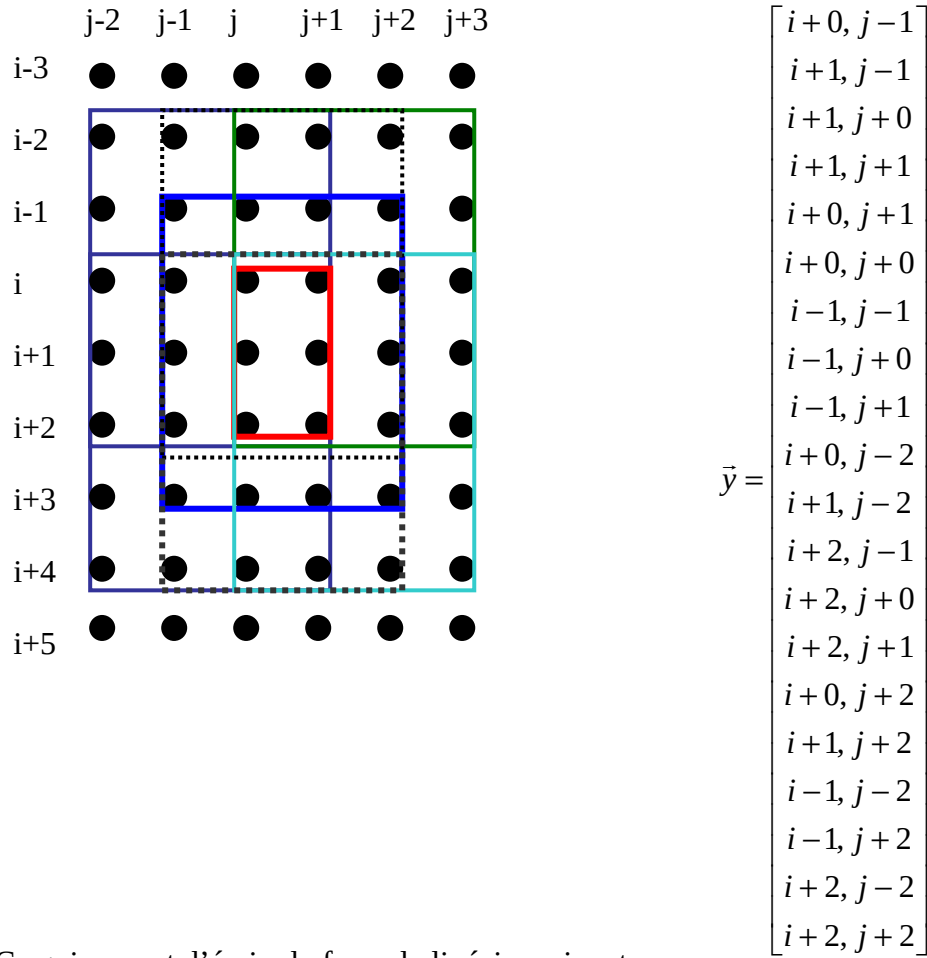
$$Y_{2i+1} = \sum_{k=0}^1 \sum_{l=-1}^1 \alpha_{2k+l} Y_{2(i+k), 2(j+l)} \quad (76)$$

Pour $Y_{2i+1,2j}$



$$\vec{y} = \begin{bmatrix} i-1, j+0 \\ i+0, j+0 \\ i+1, j+0 \\ i+1, j+1 \\ i+0, j+1 \\ i-1, j+1 \\ i-2, j+0 \\ i-2, j+1 \\ i-1, j-1 \\ i+0, j-1 \\ i+1, j-1 \\ i+2, j+0 \\ i+2, j+1 \\ i-1, j+2 \\ i+0, j+2 \\ i+1, j+2 \\ i-2, j-1 \\ i-2, j+2 \\ i+2, j-1 \\ i+2, j+2 \end{bmatrix}$$

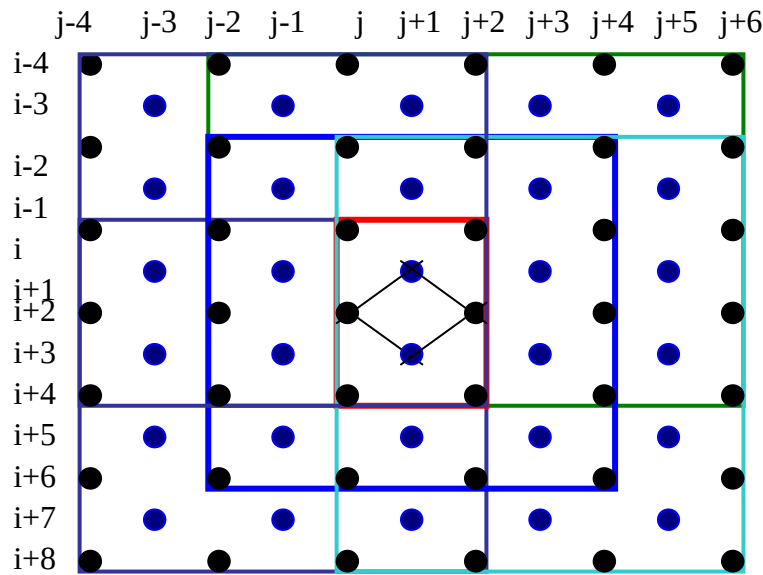
Calcul de la matrice C : Soit ici 6 blocs pour obtenir les 6 coefficients dites interpolés. Nous avons 6 matrices de dimension de la fenêtre centrale de dimension 4x5.



Ce qui permet d'écrire la formule linéaire suivante :

$$Y_{2i+1,2j} = \alpha_0 Y(2i, 2j) + \alpha_1 Y(2i, 2j+2) + \alpha_2 Y(2i, 2j-2) + \alpha_3 Y(2i+2, 2j) + \alpha_4 Y(2i+2, 2j+2) + \alpha_5 Y(2i+2, 2j-2)$$

Nous utilisons pour améliorer l'algorithme iedi, la technique utilisée dans l'étape 2 de la méthode NEDI.



Avec quatre coefficients alpha qui sont égaux à l'interpolation bilinéaire.

Nous avons trouvé α qui permet de retrouver les pixels $Y_{2i+1,2j}$ de l'image HR (77).

$$\begin{aligned}
 F_{HL} = Y_{2i+1,2j} &= \sum_{k=0}^1 \sum_{l=-1}^1 \alpha_{2k+1} Y_{2(i+k),2(j+l)} = \alpha_{-1} Y_{2i,2j-2} + \alpha_1 Y_{2i,2j+2} + \alpha_2 Y_{2i+2,2j-2} + \alpha_3 Y_{2i+2,2j+2} \\
 &= \alpha_0 Y_{2i,2j} + \alpha_1 Y_{2i+1,2j+1} + \alpha_2 Y_{2i+2,2j} + \alpha_4 Y_{2i+2,2j-1}
 \end{aligned}
 \quad (77)$$

Pour $Y_{2i,2j+1}$

On doit effectuer ce schéma de représentation suivante :

Comme dans l'étape 1, on commence par trouver le vecteur $\vec{y}$.

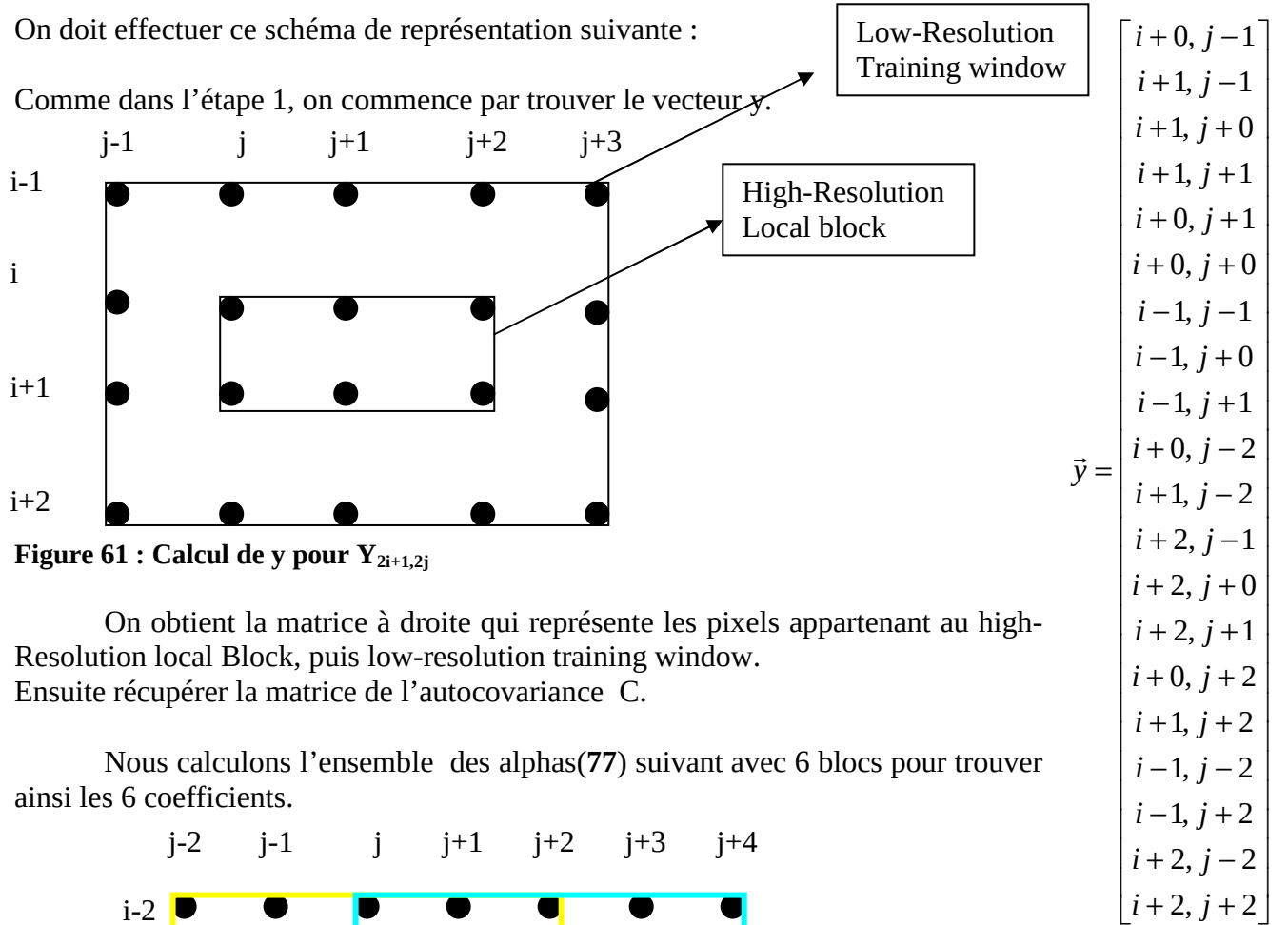


Figure 61 : Calcul de $\vec{y}$ pour $Y_{2i+1,2j}$

On obtient la matrice à droite qui représente les pixels appartenant au high-Resolution local Block, puis low-resolution training window. Ensuite récupérer la matrice de l'autocovariance C .

Nous calculons l'ensemble des α (77) suivant avec 6 blocs pour trouver ainsi les 6 coefficients.

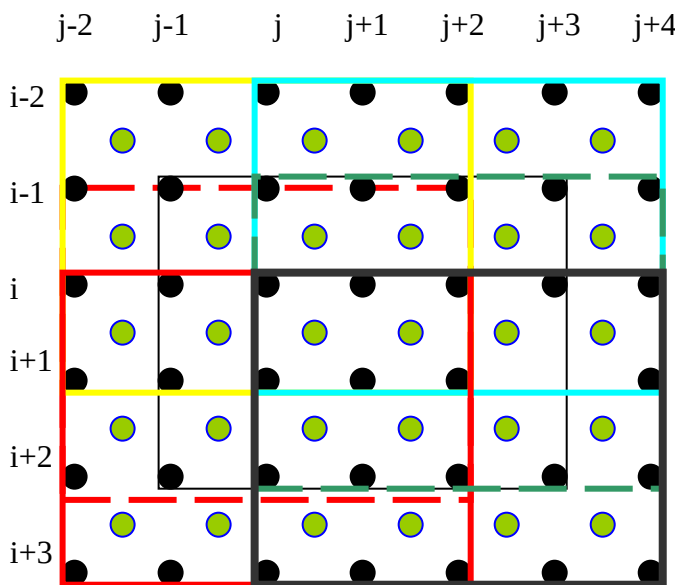


Figure 62: Calcul de C pour $Y_{2i+1,2j}$

Ensuite le calcul des coefficients d'interpolation (78): (ici les 6 coefficients).

$$\bar{a} = (C^T C)^{-1} (C^T \bar{y}) \quad (78)$$

Calcul de la somme linéaire suivant la formule déjà vue dans d'autres méthodes (79):

$$Y_{2i,2j+1} = \alpha_0 Y(2i,2j) + \alpha_1 Y(2i,2j+2) + \alpha_2 Y(2i,2j-2) + \alpha_3 Y(2i+2,2j) + \alpha_4 Y(2i+2,2j+2) + \alpha_5 Y(2i+2,2j-2) \quad (79)$$

On fait la même technique pour trouver les pixels $Y_{2i+1,2j}$.

Mais ce qui change par rapport à la méthode iedi est de rajouter une condition pour obtenir les pixels non-connus $Y_{2i+1,2j}$ quand le déterminant de la matrice $R = C^T C$ est nul.

Nous devons calculons dans la fenêtre (figure 61) centrale les pixels en diagonale.

Si $C^T C$ est égale à 0 ou variance de $r = [r_0, r_1, r_2, r_3] < \text{seuil fen\^etre}$

On devra faire le calcul d'y et ensuite $Y_{2i,2j+1}$.

Voici la **figure 61** liée à cette condition.

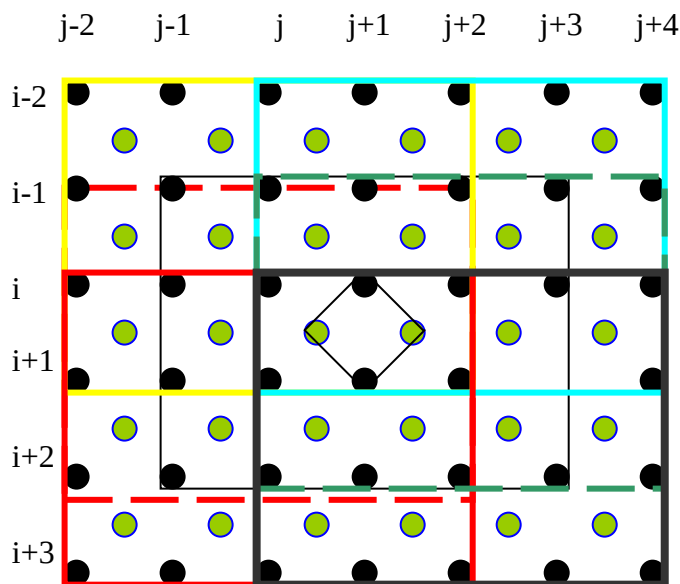


Figure 63 : Permet de voir le calcul effectué comme l'étape 2 de la méthode NEDI

Résultat sur une image IRM :

La méthode MEDI engendre des différences visibles au niveau des ellipses sur les bords (**figure 63**). Je pense que la méthode employée influence ce phénomène mais elle est surtout meilleure que la méthode IEDI qui utilise le même principe de fen\^etrage rectangulaire.

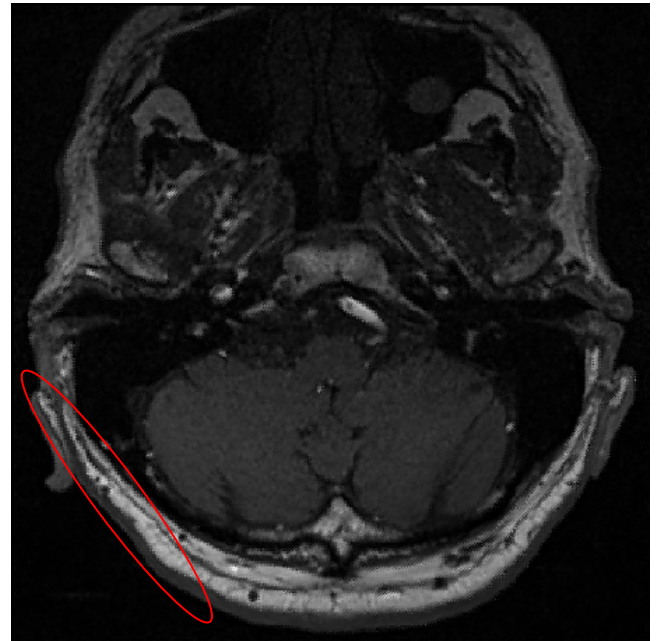
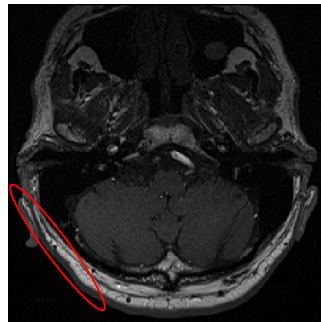


Figure 64 : (a) image originale

(b) image après interpolation x2 de MEDF

8) Non-local Image interpolated :

a) Le non-local amélioré :

Il existe trois étapes comme sur la **figure 65** :

- Sélection la région similaire et dépôt sous-pixel de sa structure répétitive de sa grille HR.
- Donnée de fusion
- Restauration (ex : enlever le bruit de l'image LR)

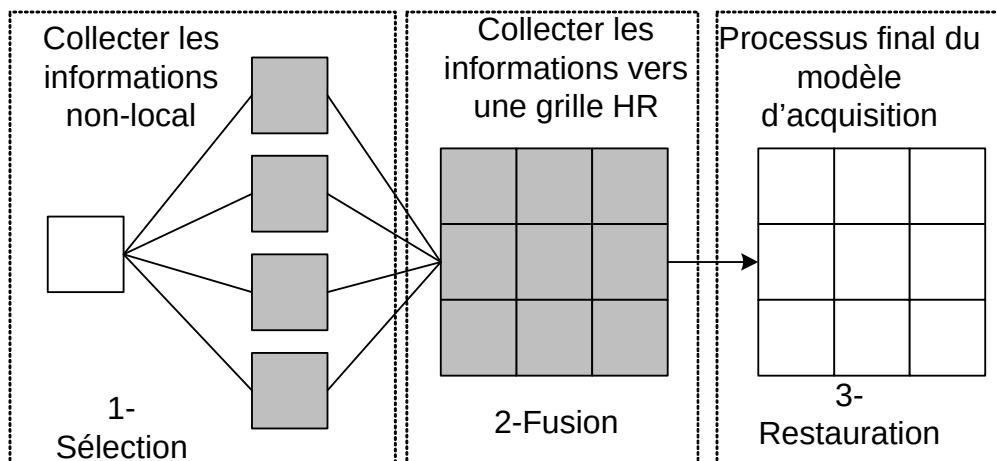


Figure 65 : Diagramme bloc du non-local résolution

- Sélection de la région similaire et dépôt sous-pixel de sa structure répétitive de sa grille HR.

Nous définissons une fenêtre rectangulaire comme la structure basique de l'élément. L'image est divisée en $\frac{1}{2}$ de son chevauchement référencé par le bloc B_{ref} . Il y a deux critères essentiels pour simuler une fenêtre ou bloc B dans l'ensemble de l'image. On la dénomme zero-mean normalized cross correlation (cc). Soit :

$$E_{cc} = \frac{\sum_{x \in \Omega(B)} (B(x) - \bar{B})(B_{ref}(x) - \bar{B}_{ref})}{\sqrt{\sum_{x \in \Omega(B)} (B(x) - \bar{B})^2 \sum_{x \in \Omega(B)} (B_{ref}(x) - \bar{B}_{ref})^2}} \text{ et}$$

le mean absolute difference (MAD)[34][voir l'annexe]:

$$E_{MAD} = \frac{1}{\kappa(\Omega(B))} \sum_{x \in \Omega(B)} \|B(x) - B_{ref}(x)\|$$

Où $\Omega(B)$ contient tous les pixels de la fenêtre B et $\kappa(\Omega(B))$ est la cardination.

$\bar{B}$ et $\bar{B}_{ref}$ sont notés comme la valeur moyenne de B et B_{ref} .

- Donnée de fusion

L'étape de fusion détermine une valeur du pixel initial pour chaque pixel positionné dans la grille HR.

On produit l'ensemble de la boucle comme la **figure 66** qui nous donne l'ensemble du calcul final.

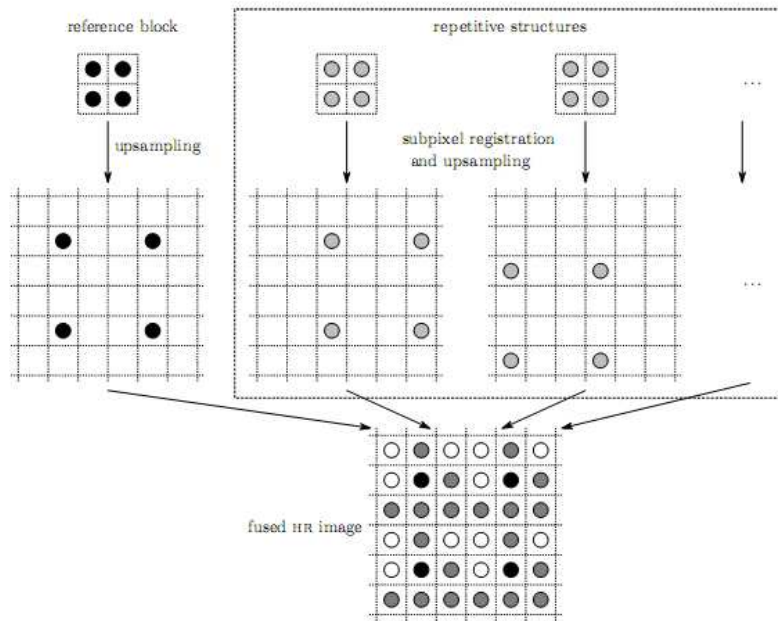


Figure 66 : image fusionnée HR sous ou sans changer dans la grille LR. Les pixels non- connus sont les cercles de couleur blanche et les pixels fusionnés sont les cercles de couleur grise.

b) Nonlocal back-projection for adaptive enlargement :

Le but de cette méthode est de corriger les artefacts sur les contours des pixels. Elle s'appuie sur les méthodes de base polynômiale (bicubique, bilinéaire...).[26][27]

Le non-locale image interpolation est constitué de trois étapes :

- interpolation initiale,
- block adaptation,
- fusion des données non-locales

a) Block d'adaptation:

L'interpolation initiale de pixel HR doit être vue comme l'estimation du bruit sans connaître les pixels, où l'erreur d'interpolation doit être modélisée comme le bruit.

On souhaite faire l'amélioration de l'erreur du bruit de l'interpolation de base, cependant l'interpolation HR doit être fusionnée avec des pixels LR similaire pour réduire l'interpolation de bruit.

Avant d'effectuer la fusion, les pixels similaires doivent être regroupés ensemble.

Si la fonction d'interpolation $\hat{y}(i_0, j_0)$ doit initialement interpoler les pixels HR localement (i_0, j_0) et $N_y(i_0, j_0)$ doit être un carré voisin par exemple une fenêtre 7x7.

Soit $y(i, j)$ les pixels LR et $N(i, j)$ sont les pixels voisins.

La distance entre deux régions $N_y(i_0, j_0)$ et $N_y(i, j)$ sont définies par :

$$d(i, j) = \|N_y(i_0, j_0) - N_y(i, j)\|_2$$

Si la distance d est proche du seuil, cela signifie que les deux régions sont similaires alors nous regroupons $y(i, j)$ qui est $S(i_0, j_0)$.

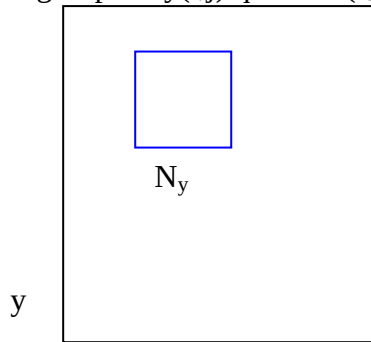


Figure 67: Schéma pour le « block matching »

b) Data Fusion :

Après regroupement des pixels connus pour l'interpolation HR $\hat{y}(i_0, j_0)$ comme le poids moyen de tous les éléments en $S(i_0, j_0)$.

$$\hat{y}(i_0, j_0) = \sum_{y(i, j) \in S(i_0, j_0)} \omega(i, j) y(i, j)$$

Avec le poids $\omega(i, j)$ dépend de la similarité entre les régions $N_y(i_0, j_0)$ et $N_y(i, j)$ avec la contrainte que $0 \leq \omega(i, j) \leq 1$ et la somme des poids doivent être égale à 1.

9) Nonlocal Edge-directed Interpolated :

Cette méthode [23] s'appuie sur le travail théorique du non-local reconstruction. Elle permet de corriger localement les erreurs selon un arbre de donnée (comme le réseau de neurone).

On appelle actuellement dans la littérature le modèle AR le processus aléatoire.

X_t est le modèle de reconstruction avec p l'ordre du modèle AR, $[\varphi_1, \dots, \varphi_n]$ sont les paramètres du modèle, c est une constante et ε_t est un bruit blanc (80).

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (80)$$

On choisit p comme 4 pour revenir à la méthode NEDI, ce qui permet d'écrire que (81) :

$$\hat{Y}_{2i+1,2j+1} = \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 \alpha_{2k+1} Y_{2(i+k),2(j+l)} + n_{2i+1,2j+1} \quad (81)$$

$Y_{2i+1,2j+1}$ est l'estimation de $Y_{2i+1,2j+1}$, $Y_{2(i+k),2(j+l)}$ sont les 8 connections des 4 proches voisins et $n_{2i+1,2j+1}$ est le bruit.

$$\text{Soit } \bar{Y}_{2i+1,2j+1} = \alpha_0 Y_{2i,2j} + \alpha_1 Y_{2i,2j+2} + \alpha_2 Y_{2i+2,2j} + \alpha_3 Y_{2i+2,2j+2} \quad (82)$$

Avec les quatre plus proches pixels le long de la diagonale, pondérée par les coefficients alpha.

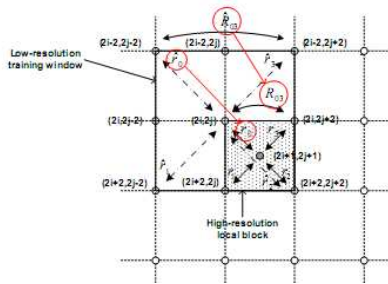


Figure 68: Schéma de base du NEDI

Je rappelle que $\alpha = [\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3]$ sont les coefficients vecteurs de l'interpolation et $Y = [Y_{2i,2j} Y_{2i,2j+2} Y_{2i+2,2j} Y_{2i+2,2j+2}]$ sont les 8 proches voisins des 4 coefficients d'interpolation.

Nous avons : $\bar{\alpha} = (C^T C)^{-1} (C^T \bar{y})$

ou

$$C \bar{\alpha} = \bar{y}$$

Ce qui permet de dire que cette méthode corrige le bruit dans l'image.

Soit $\hat{R} = \frac{1}{W^2} C^T C$ et $\hat{r} = \frac{1}{W^2} C^T \bar{y}$ avec W qui est la fenêtre locale ici le carré.

Ce qui permet d'écrire que l'estimation de covariance pour HR (interpolé) a un changement dans le vecteur pour l'espérance de la rotation $\hat{E}$. (en prenant comme référence les équations de la méthode NEDI)

$$\hat{R} = (P.C)^T C$$

$$\hat{r} = (P.C)^T \bar{y}$$

Avec $P = [\vec{p}_1 \vec{p}_1 \vec{p}_1 \vec{p}_1]$ et $\vec{p}_1$ un vecteur qui est composé des probabilités de chaque pixel de l'image originale Y et C qui sont les mêmes coefficients que ceux calculer par la méthode NEDI.

Ce principe est dû aux nombreux travaux sur le non-local débruitage d'une image [28]. Les méthodes de débruitage sont très nombreuses comme le filtre gaussien, filtre anisotrope qui corrige le flou dû au filtre gaussien par convolution de l'image u et de x dans les directions orthogonales. Le minimum total de variation(TV)[59] a pour objectif de trouver les endroits de l'image où il y a le bruit et on finit par le filtre voisin.

On a établi que les coefficients d'interpolation étaient $\vec{\alpha} = R^{-1}\vec{r} = [(P.C)^T C]^{-1}[(P.C)^T \vec{y}]$
Si la démonstration suivante (83):

$$\vec{\alpha} = [(P.C)^T C]^{-1}[(P.C)^T \vec{y}] \Leftrightarrow (P.C)^T C \vec{\alpha} = (P.C)^T \vec{y} \Leftrightarrow C \vec{\alpha} = \vec{y} \quad (83)$$

D'après le modèle Non-local means impose l'algorithme suivante [28][29][30]:
Je présente dans un premier temps le travail que nous devons réaliser :

La **figure 69**, E a une différente structure du centre de région B donc la probabilité p_3 approximé à zéro. Nous calculons les structures de deux fenêtres centrées de l'image et de la région interpolation.

Nous savons que tous les bruits dans une image 2D peuvent être représentés comme :

$$NL(v)(i) = \sum_{j \in I} \omega(i, j) v(j) \quad (84)$$

$NL(v)(i)$ est l'estimation des poids de l'image d'où $\omega(i, j)$ sont les poids de l'image et $v(j)$ est le bruit de l'image.

La probabilité de l'image s'écrit comme :

$$p(i, j) = w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|(v(Ni) - v(Nj)).K\|^2}{h^2}} = \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|(\omega_{s_j} - \omega_{c_i}).K\|^2}{h^2}} \quad \text{avec } h \text{ est le}$$

degré du filtre, N_k est le carré voisin fixé par la taille et le centre au pixel k.

Le facteur $Z(i)$ est défini par :

$$Z(i) = \sum e^{-\frac{\|(\omega_{s_j} - \omega_{c_i}).K\|^2}{h^2}}$$

Avec ω_{sj} et ω_{ci} sont des matrices qui prennent les valeurs de la

$$K(x, y) = \frac{1}{C} e^{-\sqrt{(x-\frac{m}{2})^2 + (y-\frac{n}{2})^2}} \quad \text{où } K \text{ matrice similaire. } x \in [1...M] \text{ et } y \in [1...N]$$

$K(x, y)$ est la déviation standard du Gaussien de Kernel.

Je vais maintenant m'intéresser à l'algorithme du non-local means

Speudo code :

- création de la déviation Gaussien de Kernel
- le calcul de l'estimation de probabilité

La déviation Gaussien de Kernel est définie par la formule suivante :

Soit f qui est le ratio de la fenêtre similarité.

La fenêtre similaire est de taille $(2f+1)^2$ et $(2t+1)^2$ avec s est le ratio de recherche de la fenêtre. La formule appliquée pour le gaussien de Kernel est la suivante :

$$K(i,j) = \frac{k}{\sum \sum k}$$



Figure 69 : C et D sont la largeur des poids. Leurs fenêtres similaires de B. P3 est beaucoup plus large d'intensité des niveaux de gris dans les fenêtres similaires.

Soit $w(i,j)$ = average/sweight avec i à N et j à M de la matrice.

Il y a une condition importante pour que sweight qui soit équivalent à la distance euclidienne. Cette distance doit être toujours positive.

$$\text{Sweight} = w = \exp(-d/h)$$

Il faut que la déviation Gaussien de Kernel doit être positive pour effectuer le travail.

Alors, d est le calcul de la somme

$$d = \sum_{s=s \min}^{s \max} \sum_{r=r \min}^{r \max} \text{calculParametreKernel} \cdot (W_1 - W_2)^2$$

Avec $rmin = \max(i+f-t, f+1)$; or t est le ratio de la fenêtre recherchée.

$$rmax = \min(i+f+t, m+f) ;$$

$$smin = \max(j+f+t, f+1) ;$$

$$smax = \min(j+f+t, m+f) ;$$

Nous recherchons à calculer la distance euclidienne pour deux pixels voisins.

$$\|\omega_{sj} - \omega_{ci}\| = \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} (v_i(l, m) - v_j(l, m))^2 \text{ où } v_i \text{ et } v_j \text{ sont les pixels du carré voisin.}$$

Nous devons établir le miroir de l'image comme la **figure 69**.

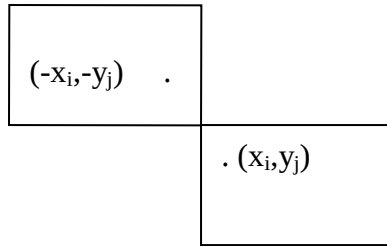


Figure 71 : Miroir de l'image

$W_1 = v_i = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_i'(i \text{ to } i + 2f, j \text{ to } j + 2f)$ avec v_i' qui est la matrice de pixel après image miroir.

$$W_2 = v_j = \sum_{r=r \min}^m \sum_{s=s \min}^n v_i'(r - f \text{ to } r + f, s - f \text{ to } s + f)$$

Nous devons effectuer le calcul des coefficients d'interpolation **(85)** :

$$\tilde{\alpha} = [(P.C)^T C]^{-1} [(P.C)^T \tilde{y}] \quad (85)$$

P est la matrice rangée de la même façon que C en prenant les coefficients de probabilité que nous venons de calculer.

Je ne détaille pas plus, car nous produisons de la même façon le calcul pour le NEDI, idem pour l'étape 2 sauf que nous devons calculer comme l'étape 2 de la méthode NEDi en rajoutant la modification de cette méthode.

Résultat sur une image IRM :

Apparition d'artéfacts et mauvaise reconstruction sur les bords :

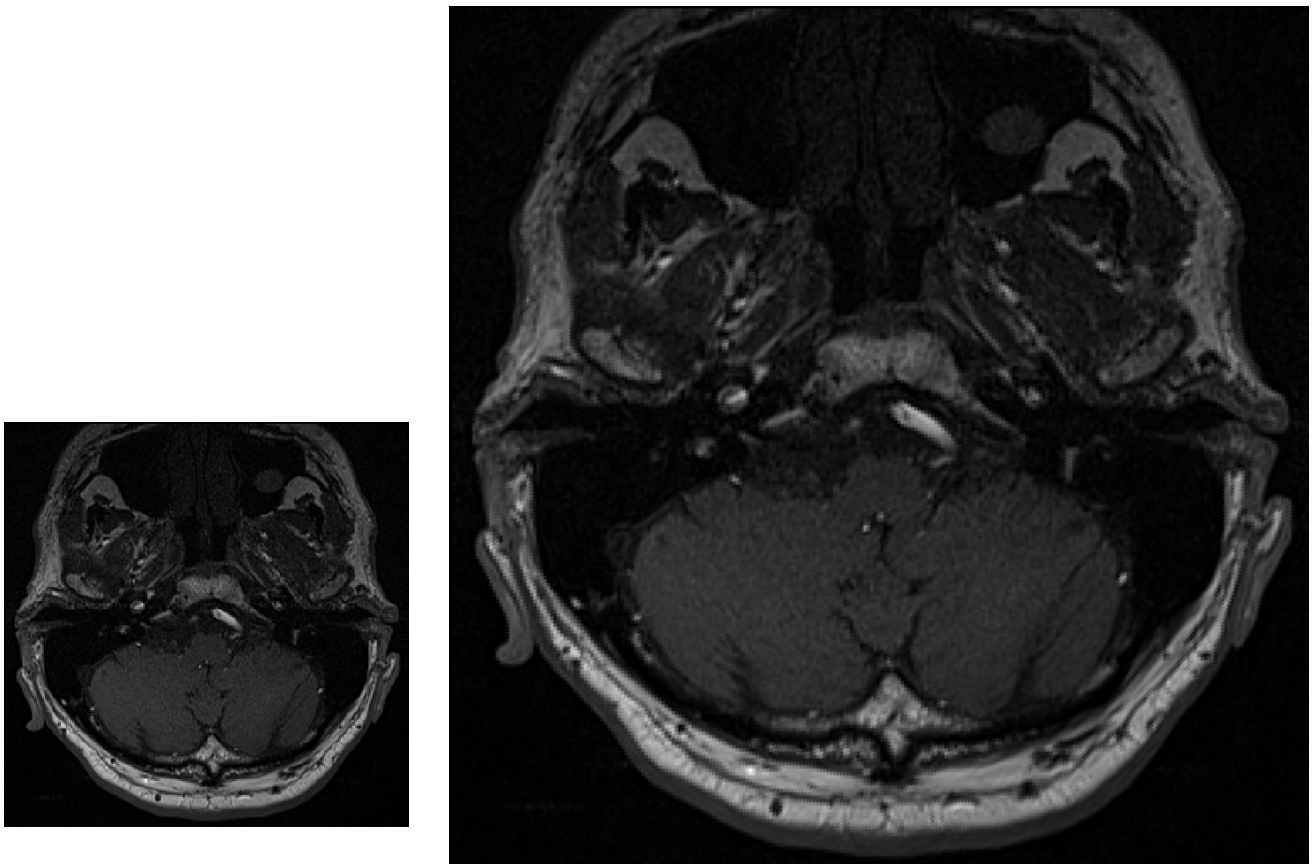


Figure 72 : a) L'image originale b) L'image interpolée de facteur 2

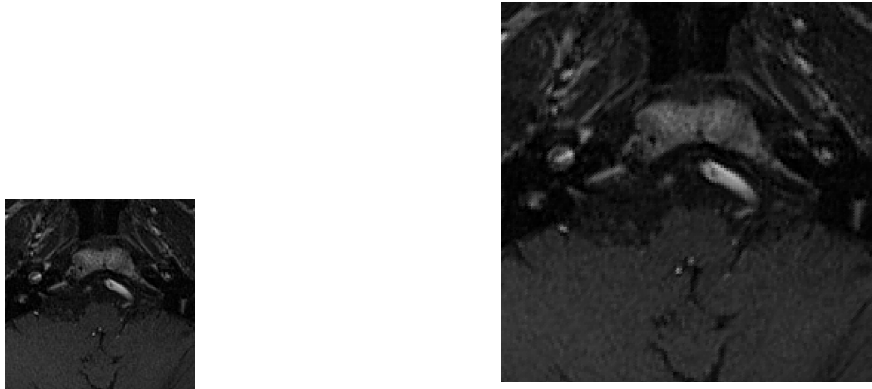


Figure 73 : a) Zone de l'image originale b) Zone de l'image interpolée

Nous pouvons voir localement une différence de pixels. L'image interpolée présente moins de flou que l'image originale parce que le principe du non-local means noisy corrige le flou et le bruit.

V) Méthode basée sur les ondelettes :

Il existe de nombreux types d'interpolation basée sur les ondelettes, je peux citer directionlet, interpolation basée sur la transformation contourlet, interpolation basée sur la transformation ridget...

1) *Image Interpolation Using Multiscale Geometric Representations :*

Cette nouvelle méthode d'interpolation est basée sur la transformation contourlet présentée dans les articles suivants [31] [32] [33]. Nous commençons par décrire le schéma global de cette nouvelle méthode d'interpolation [36].

Le but de cette présentation est d'avoir un aperçu de cette méthode sans aller dans la complexité car il faudrait prendre beaucoup de temps et avoir de meilleures connaissances en mathématique.

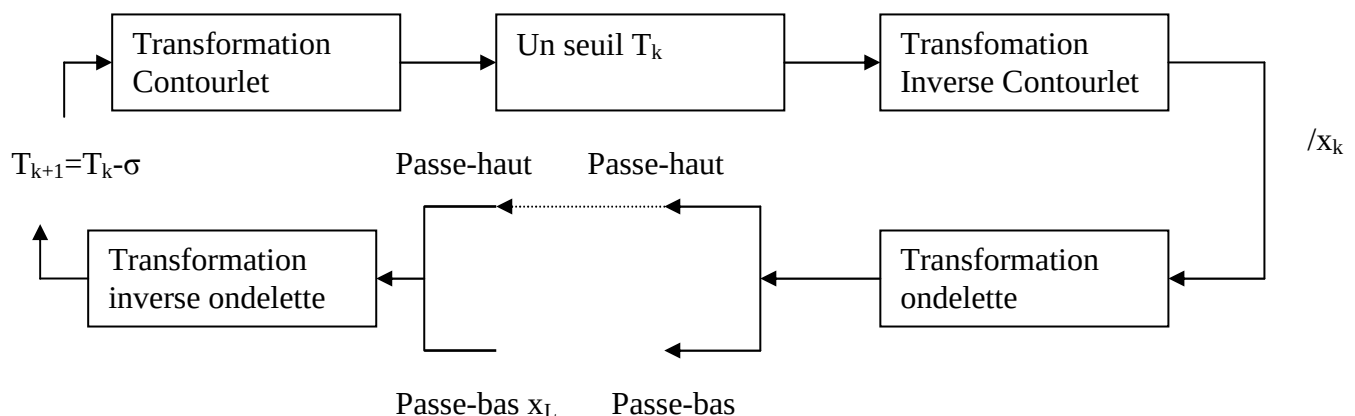


Figure 74 : schéma de principe de l'interpolation contourlet

- Nous commençons notre algorithme en prenant x_0 qui est obtenu par simple interpolation ondelette. Ce qui nous donne la matrice HR.
- Nous tentons d'améliorer la qualité de l'interpolation, en particulier dans les régions contenant les bords et contours. $\hat{x}_{k+1}$ représente l'estimation de nième de l'étape. La contrainte d'observation a pour but d'améliorer la qualité de

l'image. Si on prend le schéma suivant en entrée pour un signal x (l'image des pixels que nous connaissons pour l'interpolation). Alors, nous posons x dans une sous-bande passe-bas de niveau n ème de la transformation d'Ondelette. Tous les coefficients dans la sous-bande passe-haut ont été calculés. Nous devons pour cela trouver la meilleure approximation pour y . Soient W et W^{-1} représentent la suite et l'inverse de la transformée de l'ondelette. Soit P est la matrice de projection diagonale de 1 et 0 des coefficients d'ondelette avec zéros en sortie des coefficients de la sous-bande haute fréquence et $P^\perp = I - P$.

Si nous utilisons la transformation ondelette orthogonal, nous obtenons comme :

$$\hat{y} = W^{-1}(P^\perp W y + P W \hat{x}_0) \quad \text{Avec } \hat{x}_0 \text{ est l'estimation de l'image haute}$$

résolution.

Résumé de la notion :

- Utilisation d'un modèle
- Projection de la transformation en ondelette donner des pixels connues LR
- Appliquer après non-linéaire contrainte rareté

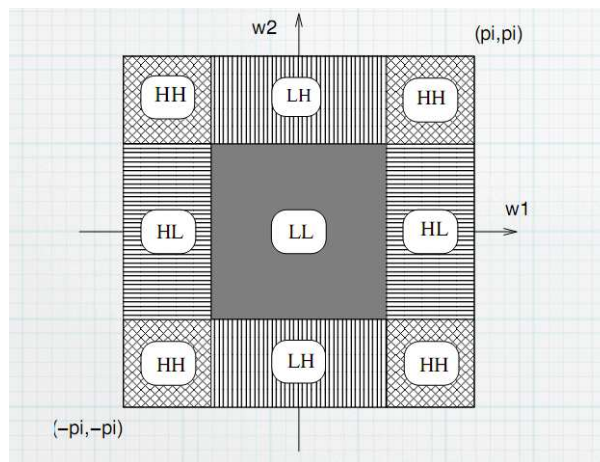


Figure 75 : décomposition horizontale de l'ondelette

La transformée en ondelette nous fournit une image moins brillante. Le but est de corriger les défauts aux bords de l'image avec le débruitage $\hat{x}$. Les paramètres suivants pour effectuer ce débruitage sont C et C^{-1} . Ce qui signifie la transformée de contourlet et son inverse. D^T étant la matrice diagonale selon un seuil T .

Soit la formule de débruitage de l'image Haute Résolution $\tilde{x}$ (image interpolé) par rapport au bruit de l'image entrée $\hat{x}$:

$$\tilde{x} = C^{-1} D^T C \hat{x}$$

Nous résumons cette notion :

- Bord bien représenté
- Itération courante comme approximation du bruit
- Seuil difficile pour appliquer une contrainte rareté

Nous estimons d'après les deux formules obtenues précédemment :

$$\hat{x}_{k+1} = W^{-1}(P^\perp W C^{-1} D_{T_k} C \hat{x}_k + P W \hat{x}_0)$$

- c. Suivant seuil augmenté de $T_k[35]$
- d. Itération puis retourner à l'étape 2 jusqu'à la convergence de l'image générée ou arriver à la prédétermination maximum de l'itération recherchée.

La représentation en Contourlets se situe dans le prolongement des travaux de Candès et Donoho visant à élargir l'ensemble des directions (diagonale, verticale et horizontale) prises en compte dans les représentations en ondelettes. Elle est dite ondelette géométrique non-adaptative. Dans cette famille, nous pouvons nommer les Ridgelets (la transformée en Ridgelets permet de capturer la régularité le long des contours rectilignes) et les curvelets (elle transforme localement des contours rectilignes). Cette transformation est obtenue en deux grandes étapes : tout d'abord on partitionne l'image en carrés de Fourier à support fini. Au sein de ces carrés, on applique une transformation en Ridgelets discrète avec une dilatation de la fonction d'onde a/a^2 . Les contours non capturés par l'analyse en ondelettes séparables se retrouvent dans les sous-bandes de détail. Un partitionnement suffisamment fin des sous-bandes permet alors d'obtenir des blocs où ces contours forment des lignes droites et sont donc adaptés à l'analyse en Ridgelets.)

La transformée en Curvelets est inversible mais redondante car l'analyse en Ridgelets discrète sous-jacente est réalisée au moyen d'une transformée de Fourier rapide (FFT) du plan polaire, nécessitant plus de points que ceux disponibles dans la grille rectangulaire (**figure 72**).

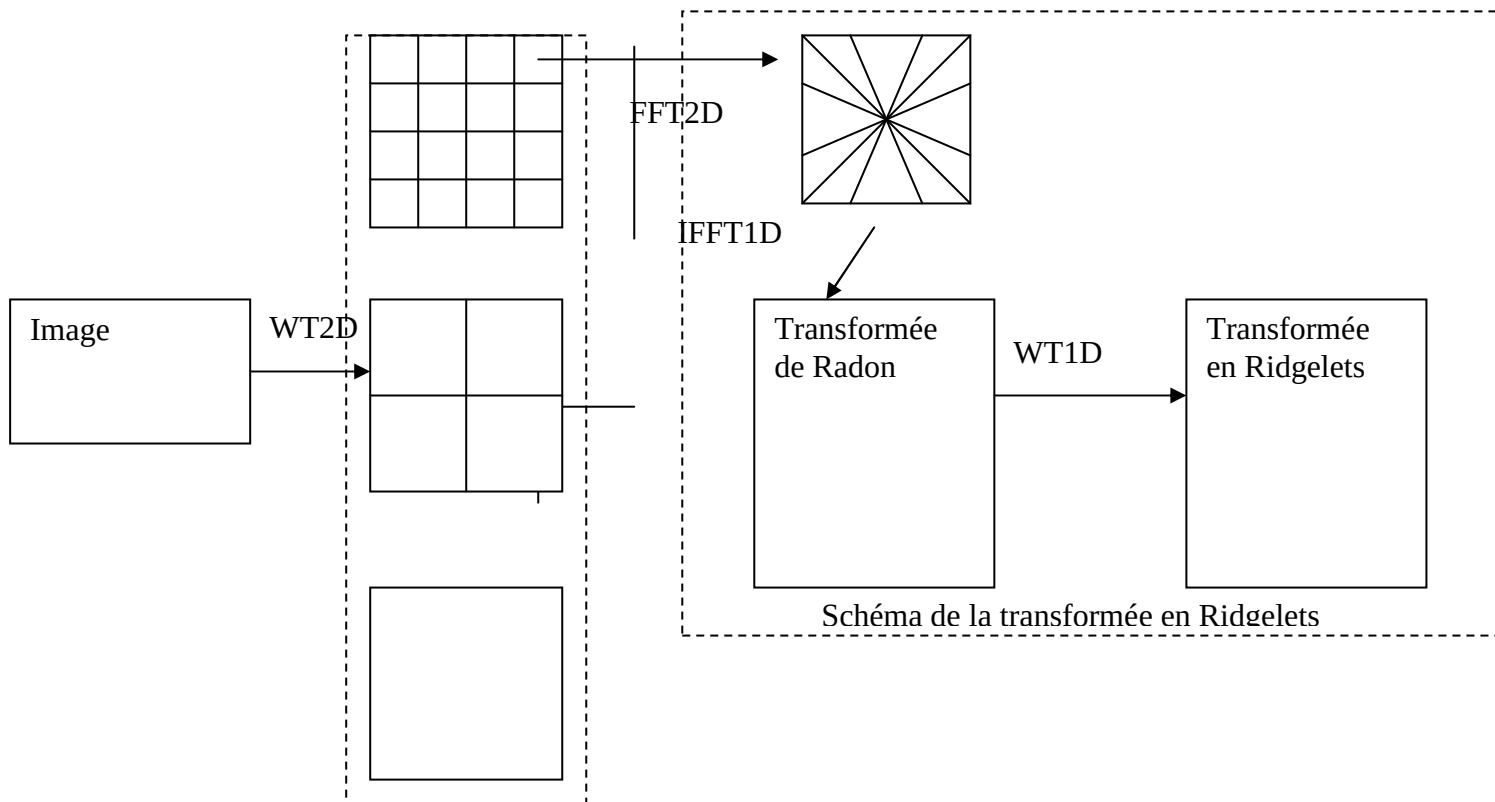


Figure 76 : schéma de principe de la transformation de Ridgelet

Les Contourlets sont issues des résultats des travaux de Do et Vetterli. Leurs principaux avantages sont d'être définis directement dans le domaine discret et donc leur mise en œuvre en est grandement facilitée. Une décomposition d'image en Contourlet est construite en combinant successivement deux étages de décompositions distinctes : une décomposition multi-échelle suivie d'une décomposition directionnelle.

Le premier étage utilise une pyramide Laplacienne pour transformer l'image en une suite de niveau LP passe-bande et un niveau passe-bas qui correspond à une approximation en basse fréquence de l'image.

Le deuxième étage applique de manière appropriée des filtres en éventail pour séparer l'information horizontale et verticale et des opérateurs de cisaillement (shearing) pour varier les orientations obtenues.

La transformée en Contourlets est inversible mais la pyramide Laplacienne⁵ sous-jacente crée cependant une petite redondance puisque le nombre de coefficients de Contourlets approche des 4/3 du nombre d'échantillons de l'image originale. Des travaux plus récents sur les CRISP-contourlets permettent de s'affranchir de ce problème en proposant une transformée en Contourlet inversible et non-redondante.

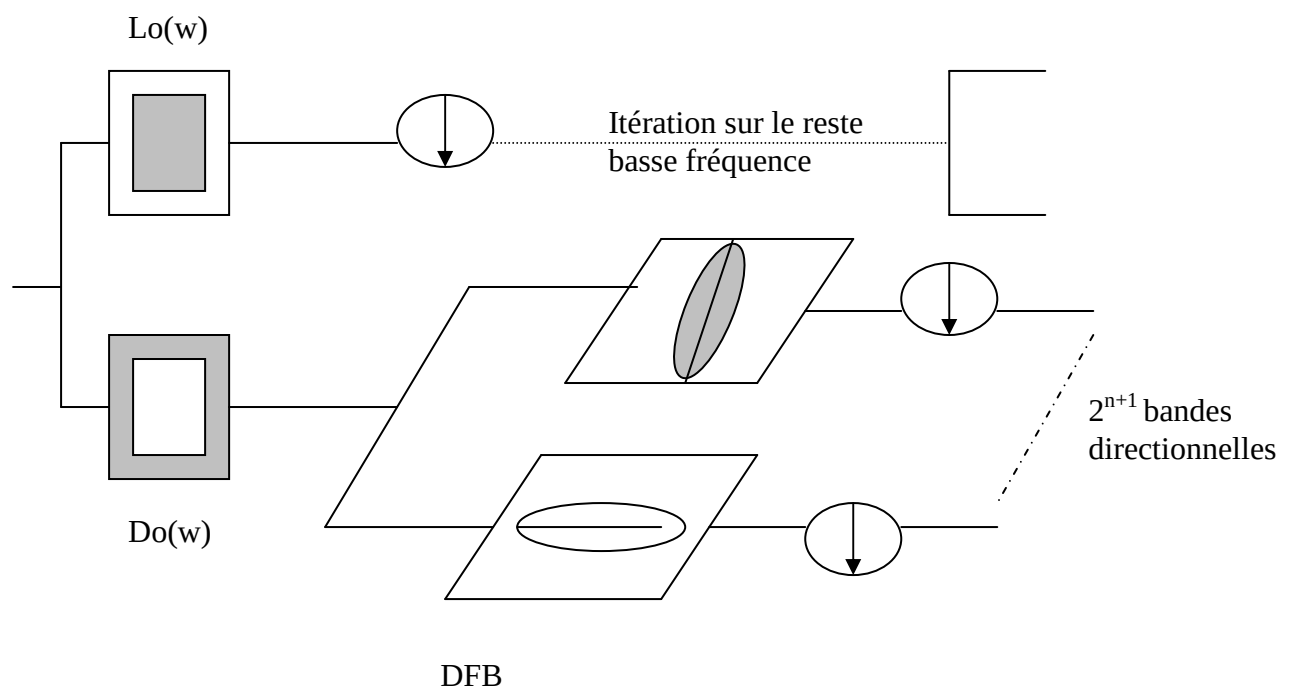


Figure 77: Diagramme Block de la nouvelle contourlet. Li représente le filtre passe-bas et Di représente le filtre passe-haut dans la décomposition multiéchelle. On note que nous pouvons faire le même schéma pour l'inverse.

DFB signifie Directional Filter Bank. C'est d'une notion qui a été introduite par Bamberger et Smith en 1992[37]. Le DFB est implémenté via un niveau de l'arbre de décomposition que conduit que les sous-bandes 2^n avec un wedge-shaped frequency comme la **figure (76)**. Elle permet de faire une partition des fréquences.

Le DFB a une importante propriété pour reconstruire l'image. Nous devons utiliser pour notre cas une dérivée pour la transformation pyramidale nommée PDFB (Pyramidal Directional Filter Banks) [38]. Elle nous propose de faire une combinaison du DFB avec une pyramide multirésolution.

DFB : est la division spatiale 2D pour 2^n wedge shaped slice comme la **figure 76 a)** utilisant n niveau itération de l'arbre de structure filtre banks. La méthode est utilisée pour faire approximation le filtre quincunk bank (QFB) [39][40][41]. Je me base sur la figure b) le

⁵ Rappel ou explication de la notion de LP dans l'annexe **Pyramide Laplacienne**

premier block E_{2t-1} est constitué de deux canaux filtre bank qui divise le spectre 2D en deux directions horizontal et vertical.

La seconde construction de bloc du DFB est un opérateur de cisaillement S_{2t-1} . Cet opérateur permet ou pas de mettre en diagonal l'image par exemple de -45° . [42]

Pour être complet dans ma démonstration, nous allons reprendre l'idée introduite par Bamberger et Smith qui combine deux types de filtre (Un filtre fan et un filtre de quadrant).

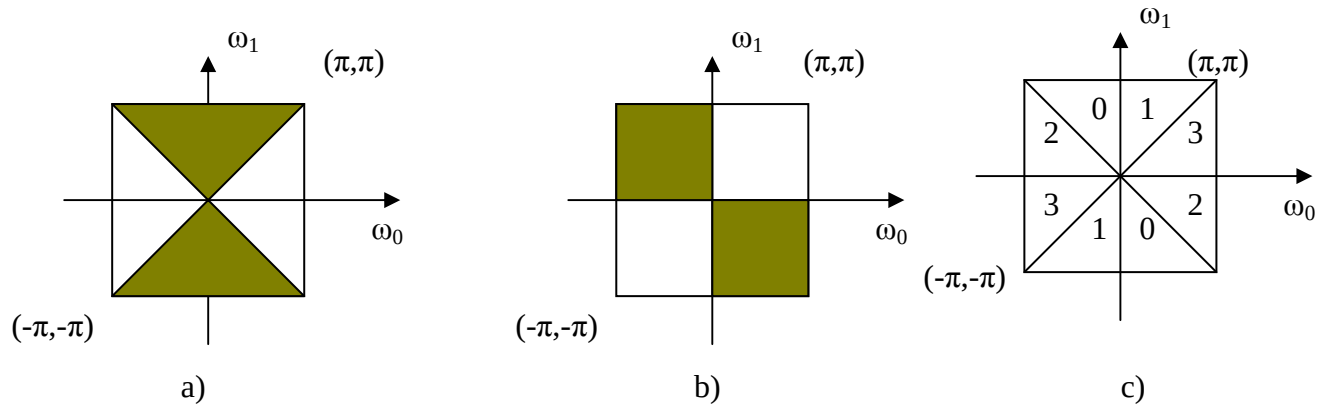


Figure 78: a) niveau 1 : filtre fan, b) niveau 2 : filtre quadrant, c) combinaison des deux autres filtres

Le filtre DFB peut être biorthogonal ou orthogonal de noyau QFB.

QFB : Soit Q la matrice quincunk sampling pouvant être Q_0 ou Q_1 . Ces deux matrices permettent de faire une rotation de -45° ou $+45^\circ$ (**figure 79**).

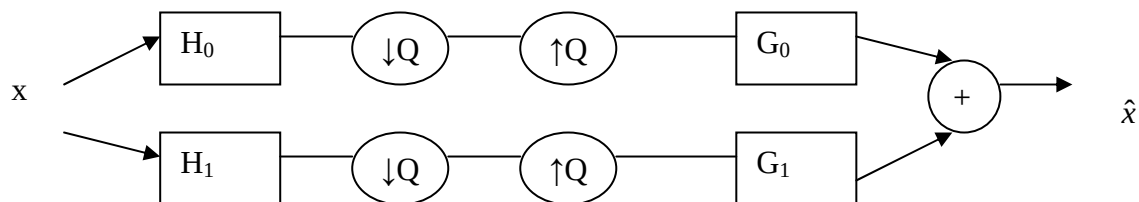


Figure 79 Schéma du GFB

PDFB : Pyramidal Directional Filter Banks vient du principe Multiéchelle et direction Décomposition. Elle constituée le LP (Laplacien Pyramid) que nous avons introduite plus haut qui est généralement une décomposition de chaque étape de la boucle en filtre passe-bas et l'image calculée pour sa bande-passante. La **figure 80**, nous montre ce travail avec en haut la décomposition de l'image en passe-bas, puis nous appliquons l'opérateur de convolution. Ensuite une nouvelle série de décomposition jusqu'à avoir un filtre passe-haut suivi de la décomposition directionnelle.

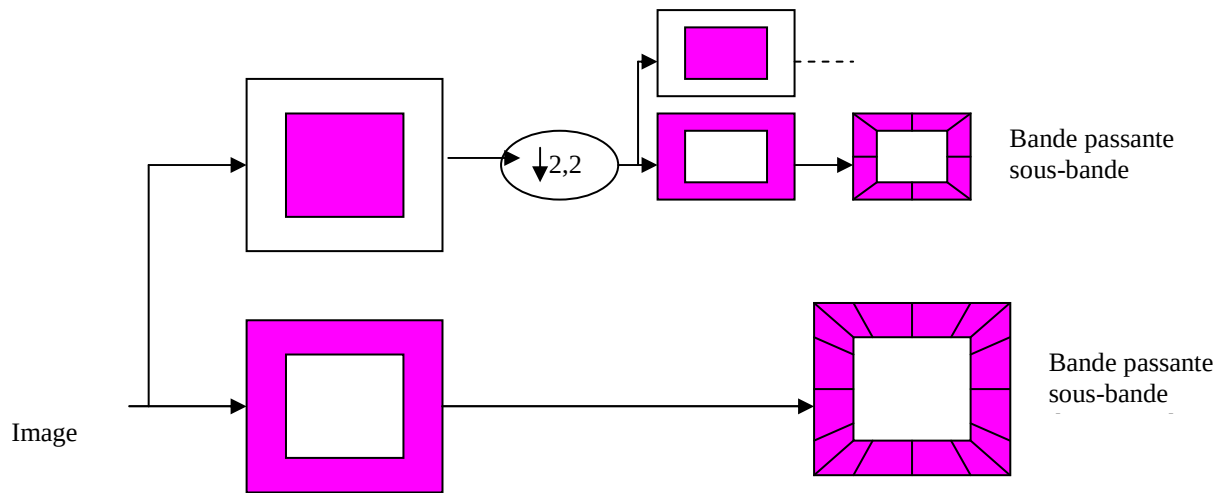


Figure 81 : schéma montrant le principe PDFB

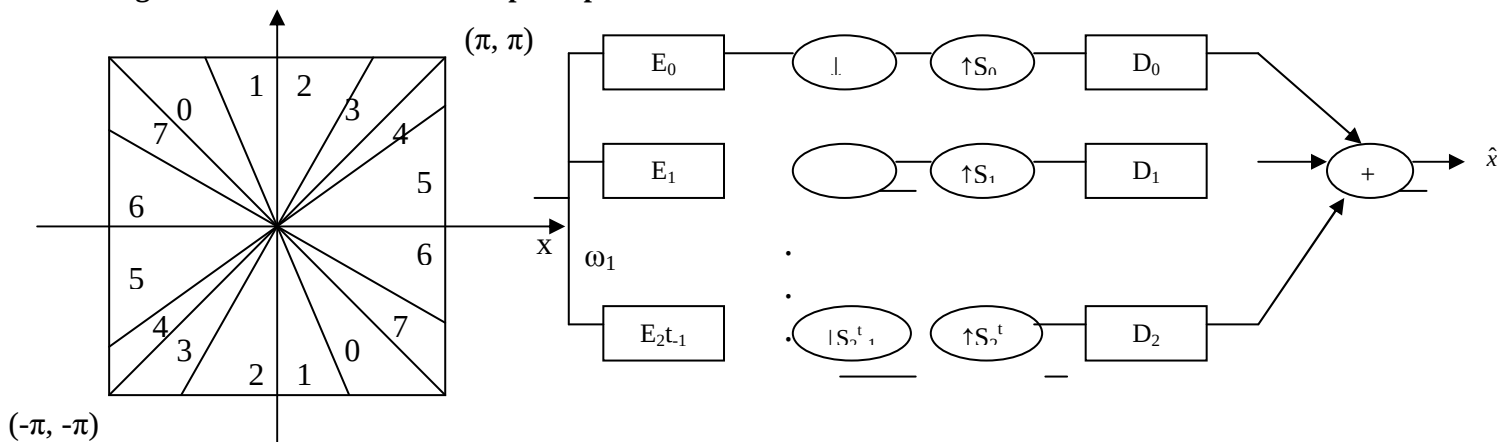


Figure 82 : a) Fréquence partie pour $l=3$ et il y a $2^3=8$ réels fréquence de bande wedge-shaped. Sous-bande 0-3 correspondant pour la direction horizontale tant que les sous-bandes correspondent à 4-7 pour la direction verticale. b) Les multi-canaux de l'arbre de niveau 1 d'arbre de structure du filtre directionnel bank.

Nous pouvons maintenant généraliser le phénomène avec une multiscale DFB (MDFB).
Ce qui signifie que :

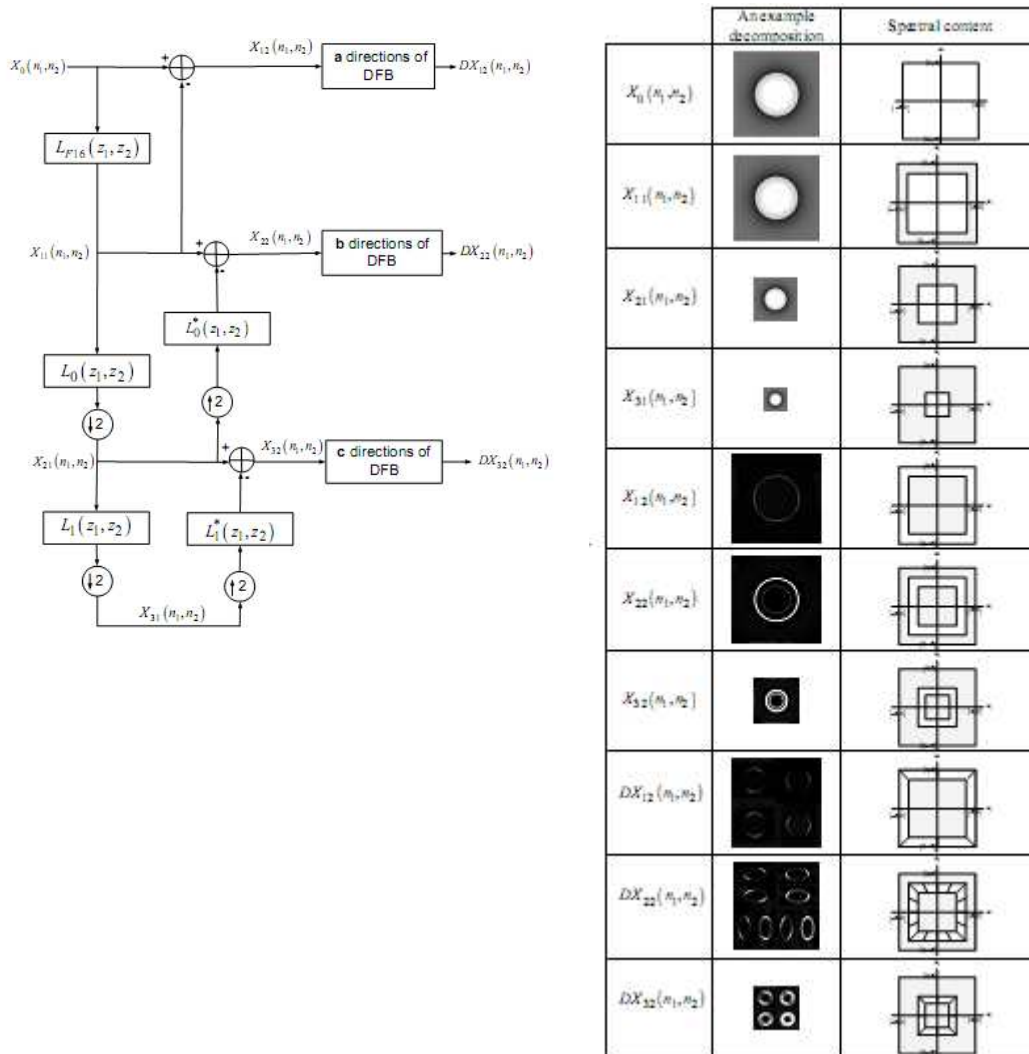


Figure 83 : a) Montre le schéma du MDFB b) les différents MDFB

Pseudo code bas niveau:

- paramètre de la fonction d'ondelette de type symlets 8 (utilisation pour simplifier l'algorithme de la fonction d'ondelette de matlab wavedec2)

Elle fonctionne de même technique que l'ondelette classique.

- Calcul de la transformation contourlet :
 - o calcul maintenant de la pyramide Laplacienne avec différents coefficients de filtre pour orthogonalité ; (LP)[38]
 - o calcul du DFB (Directional Filter Bank) → ajustement de la bande passante
- Ajustement du T
- Puis reconstruction de l'image avec inverse de contourlet

VI) Méthode basée edge locale de base :

Cette méthode est différente de celle edi, nedi.... Elle utilise le principe d'approximation local en diagonale. Elle vient du travail effectué dans l'annexe nommer **Fast edge directed polynomial interpolation**. Elle utilise un grand nombre de condition, nous en comptons 10

conditions sur l'approximation pour faire l'interpolation. Cette méthode utilise le principe de moyenne entre les pixels sur une fenêtre carré.

Elle est constituée de trois étapes pour créer l'image interpolée. On pose Y la matrice image contenant l'ensemble des pixels en niveau de gris après l'interpolation. Les paramètres n et m sont les nombres de ligne et colonne de la matrice.

$Y(i,j)=\hat{s}(i,j)$ est la sélection d'un pixel dans la matrice avec un entier i permettant de sélectionner le pixel au coordonnée abscisse jusqu'à la sélection n et l'entier j permettant de sélectionner le pixel au coordonnée ordonnée jusqu'à la sélection m .

1^{er} étape :

On range les pixels connus $s(i,j)$ (les boules noires) pour un zoom de facteur 2 en coordonnée $Y(2i,2j) = s(i,j)$ avec $i, j \in [0, n/m]$.

Pour un pixel connu, nous avons trois pixels non-connus (**figure 84**).

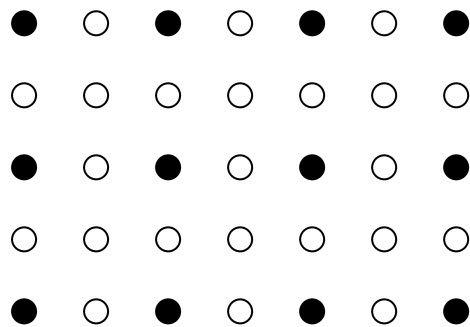


Figure 84: rangement des pixels de l'image HR

2^{ème} étape : détermination des coefficients de $Y_{2i+1,2j+1}$:

Soit la fenêtre W carré de côté 2×2 **figure 84** **P, Q, R, S**, d'intensité de pixel p, q, r, s . Le but est d'estimer le pixel M (qui est l'image de l'intensité lumineuse en niveau de gris).

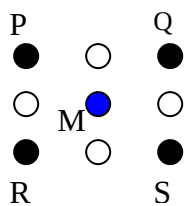


Figure 84: Schéma pour déterminer le pixel M d'intensité de niveau de gris m

L'ensemble de la matrice est obtenu suivant pour avoir tous les pixels de $Y_{2i,2j}$ **figure 85**.

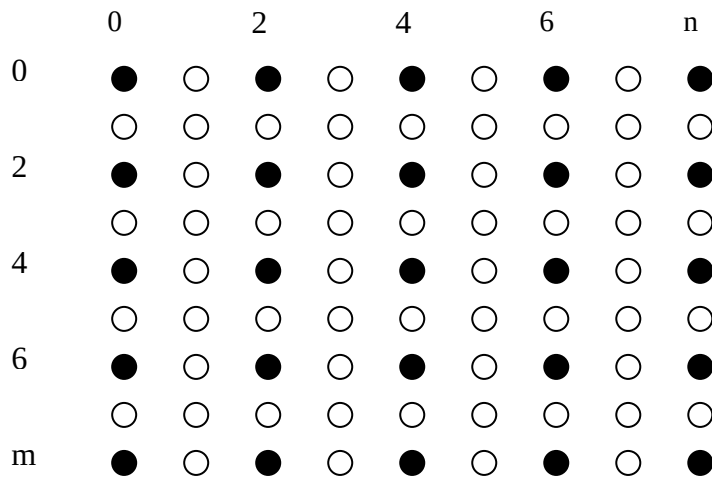


Figure 85: Représente la matrice de pixel final en HR

Différents paramètres pour la suite de l'explication :

Pour déterminer le pixel central M (soit en matrice $Y_{2i+1,2j+1}$), on sait que pour le standard Dicom il y a 16 bits par pixel. Nous pouvons établir quelque relation utile par la suite :

- Bit_Septh = 16
- $W_t = (2^{\text{Bit_Depth}} - 1) / 2$
- $\text{Pixel_Weight} = |\text{Pixel_Value} - W_t|$

Nous établissons les 6 relations de distance entre les pixels suivant la **figure 84**.

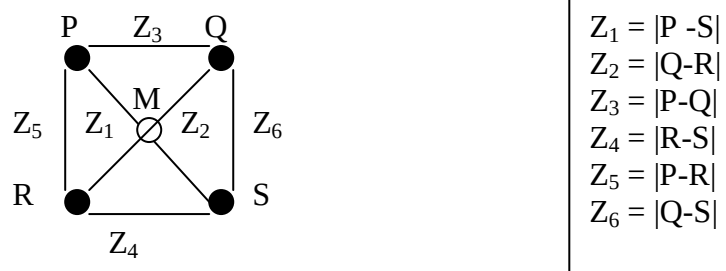


Figure 86 : Fenêtrage des pixels dans un carré de côté de deux

Dans une première étape, nous devons trouver tous les pixels d' $Y_{2i+1,2j+1}$. Ici on recherche le pixel central M de la **figure 86**.

Condition 1 : « Tous les pixels sont uniformes »

Si tous les pixels sont proches par leur intensité, alors la condition 1 est appliquée. Après différent test effectuer par l'auteur de cette thèse impose un facteur $K=10$

$$X = (P+Q+R+S)/4$$

$$ZZ = (|X-P| + |X-Q| + |X-R| + |X-S|) / 4$$

Si $ZZ < K$ alors

$$Y_{2i,2j} = M = X ; \text{ Ici la moyenne}$$

Condition 2 : « Intensités de deux diagonales des bords »

Si la différence d'intensité des diagonales est identique, alors nous avons prendre la moyenne des deux diagonales ».

Si ($Z_1 == 0$ et $Z_2 == 0$) ou $<< Z_3, Z_4, Z_5, Z_6$ alors

$$Y_{2i,2j} = (P \cdot |W_t - P| + Q \cdot |W_t - Q|) / (|W_t - P| + |W_t - Q|)$$

Condition 3 : « si le bord est la diagonale P-S »

Si le bord (edge) est une diagonale P-S au minimum, alors tout les $Z_1 \dots Z_6$ sont applicables pour la diagonale P-S. Nous avons deux conditions. Le bord doit être en autre B ou C :

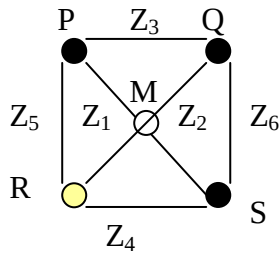
If $Z_1 == 0$ or $<< Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6$

Soient les deux paramètres:

$$Q_1 = |Q - P| + |Q - S|$$

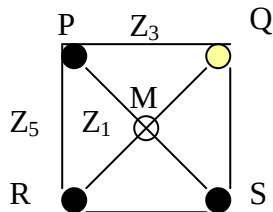
$$R_1 = |R - P| + |R - S|$$

a) si $Q_1 < R_1$ "Si le bord de côté Q"



$$Y_{2i,2j} = M = (P \cdot |W_t - P| + S \cdot |W_t - S| + Q \cdot |W_t - Q|) / (|W_t - P| + |W_t - S| + |W_t - Q|)$$

b) si $Q_1 < R_1$ "Si le bord de côté R"



$$Y_{2i,2j} = M = (P \cdot |W_t - P| + S \cdot |W_t - S| + R \cdot |W_t - R|) / (|W_t - P| + |W_t - S| + |W_t - R|)$$

Condition 4: "Si le bord de la Q-R"

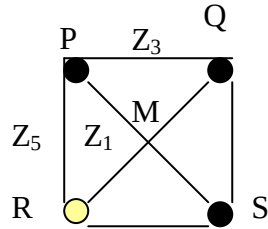
Si l'intensité de la diagonale Q-R est minimale alors on utilise Z_1 à Z_6 .

Nous devons utiliser deux conditions. Le bord doit être sur P ou S.

$$P_1 = |P - Q| + |P - R|$$

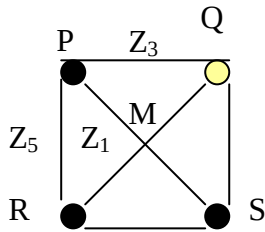
$$S_1 = |S - Q| + |S - R|$$

a) If $P_1 < S_1$ "bord de côté P"



$$Y_{2i,2j} = M = (Q \cdot |W_t - Q| + R \cdot |W_t - R| + P \cdot |W_t - P|) / (|W_t - Q| + |W_t - R| + |W_t - P|)$$

b) If $S_1 < P_1$ "bord de côté S"



$$Y_{2i,2j} = M = (Q \cdot |W_t - Q| + R \cdot |W_t - R| + S \cdot |W_t - S|) / (|W_t - Q| + |W_t - R| + |W_t - S|)$$

Condition 5:

Si la différence d'intensité est verticale, alors nous avons pris la moyenne de deux bords horizontaux.

If $Z_3 == 0$ et $Z_4 == 0$

$$Y_{2i,2j} = M = (P \cdot |W_t - P| + R \cdot |W_t - R|) / (|W_t - P| + |W_t - R|)$$

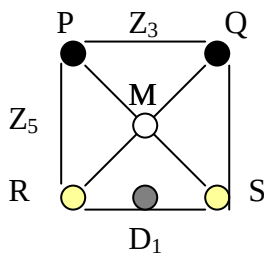
Condition 6: "Si le bord est sur le côté P-Q"

Si l'intensité de P-Q est minimale alors on peut appliquer Z_1 à Z_6 .

Si $Z_3 == 0$

On pose D_1 qui est égale à la moyenne locale.

$$D_1 = (P + Q) / 2$$

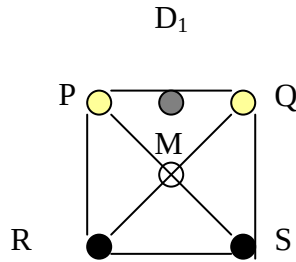


$$Y_{2i,2j} = M = (P \cdot |W_t - P| + Q \cdot |W_t - Q| + D_1 \cdot |W_t - D_1|) / (|W_t - P| + |W_t - Q| + |W_t - D_1|)$$

Condition 7: "Si le bord est sur le côté R-S"

Si l'intensité du bord R-S est minimale alors on utilise Z_1 à Z_6 .

On note $D_1 = (P + Q) / 2$.



$$Y_{2i,2j} = M = (R \cdot |W_t - R| + S \cdot |W_t - S| + D_1 \cdot |W_t - D_1|) / (|W_t - R| + |W_t - S| + |W_t - D_1|)$$

Condition 8: "Si l'intensité des deux bords verticales est plus petite que Z_1 et Z_6 "

Si la différence d'intensité verticale est nulle alors nous avons prendre la moyenne des deux bords horizontaux.

If ($Z_5 == 0$ et $Z_6 == 0$)

Alors

$$Y_{2i,2j} = M = (P \cdot |W_t - P| + Q \cdot |W_t - Q|) / (|W_t - P| + |W_t - Q|)$$

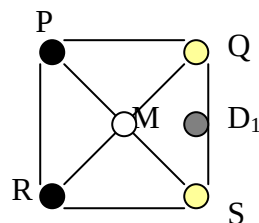
Condition 9: « Si le bord est sur côté P-R »

Si l'intensité des bords P-R est minimale :

If $Z_5 == 0$ ou $<< Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_6$

Mais nous avons à considérer Q-S:

$D_1 = (Q + S) / 2$ ici c'est la moyenne



$$Y_{2i,2j} = M = (P \cdot |W_t - P| + R \cdot |W_t - R| + D_1 \cdot |W_t - D_1|) / (|W_t - P| + |W_t - R| + |W_t - D_1|)$$

Condition 10: "Si le bords est sur le côté Q-S"

Si l'intensité du bord Q-S est minimale alors Z_1 à Z_6 .

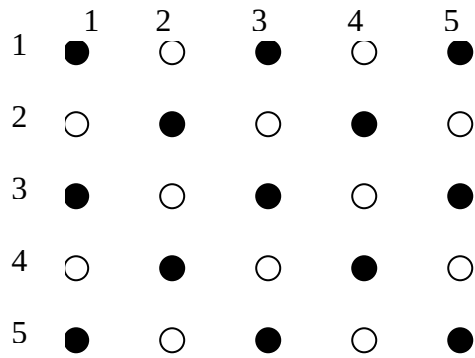
If $Z_6 == 0$

Alors $D1 = (P + R) / 2$

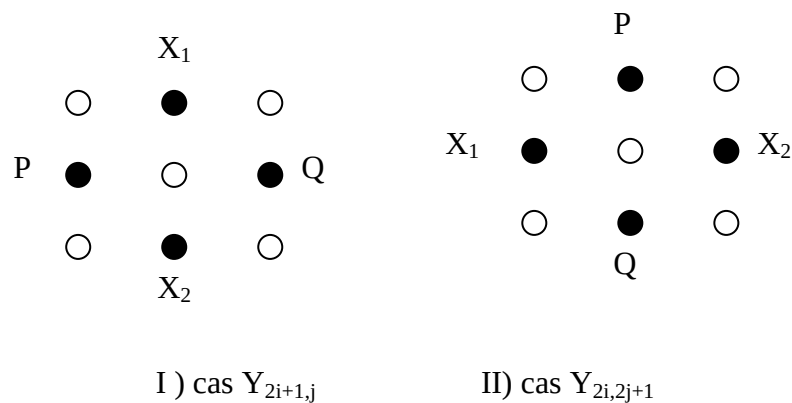
$$Y_{2i,2j} = M = (Q \cdot |W_t - Q| + S \cdot |W_t - S| + D_1 \cdot |W_t - D_1|) / (|W_t - Q| + |W_t - S| + |W_t - D_1|)$$

Étape 3 :

Nous sommes arrivés sur cette configuration suivante :



Les boules noires sont celles que nous connaissons et les boules blanches sont ceux à calculer.
On envisage deux étapes pour retrouver tout les pixels de la matrice.



Cas I et cas II:



$$\begin{aligned}
 Z_1 &= |P-Q| \\
 Z_2 &= |X_1-X_2| \\
 Z_3 &= |P-X_1| \\
 Z_4 &= |X_2-Q| \\
 Z_5 &= |P-X_2| \\
 Z_6 &= |X_1-Q|
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= |X_1-X_2| \\
 Z_{12} &= |P-Q| \\
 Z_{13} &= |X_1-P| \\
 Z_{14} &= |Q-X_2| \\
 Z_{15} &= |X_1-Q| \\
 Z_{16} &= |P-X_2|
 \end{aligned}$$

Condition 1 : « Tous les pixels sont uniformes »

Si tous les pixels sont proches en intensité, alors la condition 1 est appliquée. Il y a un facteur K. Après différents tests effectués l'auteur de cette thèse, il impose un facteur $K=10$

a)

$$X = (P+X_1+X_2+Q)/4$$

$$ZZ = (|X-P|+|X-X_1|+|X-X_2|+|X-Q|)/4$$

Si $ZZ < 10$ alors

$Y_{2i+1,j}$ ou $Y_{2i,j+1} = M = X$; Ici la moyenne

b)

$$U = (X_1 + P + X_2 + Q) / 4$$

$$ZZ_2 = (|U - X_1| + |U - P| + |U - X_2| + |U - Q|) / 4$$

Si $ZZ < 10$ alors

$Y_{2i+1,j}$ ou $Y_{2i,j+1} = M = U$;

Condition 2 : « Les intensités de deux diagonales des bords »

Si la différence d'intensité des diagonales est identique, alors nous avons prendre la moyenne des deux diagonales ».

Si ($Z_1 == 0$ et $Z_2 == 0$) ou ($Z_{11} == 0$ et $Z_{12} == 0$) alors

$$Y_{2i+1,j} \text{ ou } Y_{2i,j+1} = M = (P \cdot |W_t - P| + X_1 \cdot |W_t - X_1|) / (|W_t - P| + |W_t - X_1|) // Y_{2i+1,2j}$$

Ou

$$Y_{2i+1,j} \text{ ou } Y_{2i,j+1} = M = (X_1 \cdot |W_t - X_1| + P \cdot |W_t - P|) / (|W_t - X_1| + |W_t - P|) // Y_{2i,2j+1}$$

Condition 3 : « si le bord est la diagonale P-Q (cas 1) ou si le bord est la diagonale X_1-X_2 (cas 2) »

Si le bord (edge) est une diagonale P-Q au minimale alors tout les $Z_1 \dots Z_6$ sont applicables pour la diagonale P-Q. Alors nous avons deux conditions. Le bord doit être en autre X_1 ou X_2 pour le cas 1 sinon on aura P ou Q pour le cas 2 :

If $Z_1 == 0$ or $Z_{11} == 0$

On recherche deux paramètres:

Cas 1 :

$$Q_1 = |X_1 - P| + |X_1 - Q|$$

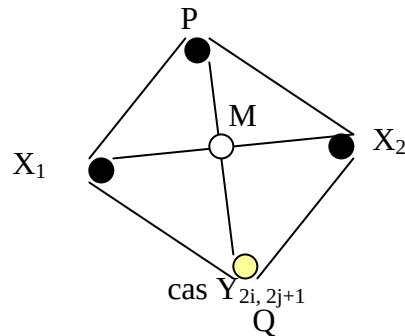
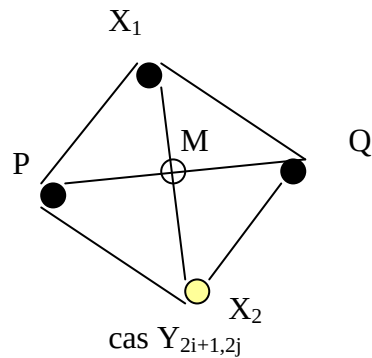
$$R_1 = |X_2 - P| + |X_2 - Q|$$

Cas 2 :

$$Q_2 = |P - X_1| + |P - X_2|$$

$$R_2 = |Q - X_1| + |Q - X_2|$$

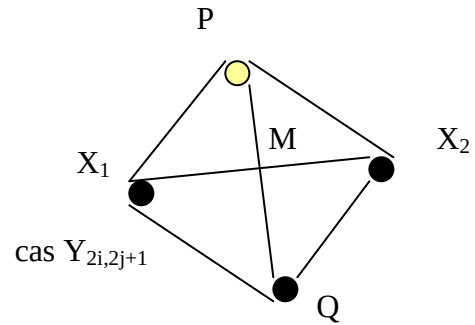
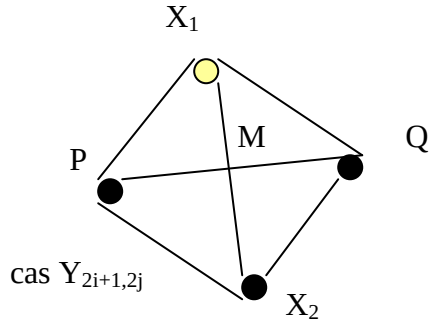
b) si $Q_1 < R_1$ «bord sur le côté X_1 » ou $Q_2 < R_2$ « bord sur le côté P »



$$M = (P \cdot |W_t - P| + Q \cdot |W_t - Q| + X_1 \cdot |W_t - X_1|) / (|W_t - P| + |W_t - Q| + |W_t - X_1|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

$$M = (X_1 \cdot |W_t - X_1| + X_2 \cdot |W_t - X_2| + P \cdot |W_t - P|) / (|W_t - X_1| + |W_t - X_2| + |W_t - P|) \rightarrow Y_{2i,2j+1}$$

b) si $Q_1 < R_1$ “bord sur le côté X_2 ” ou $Q_2 > R_2$ “bord sur le côté B”



$$M = (P \cdot |W_t - P| + Q \cdot |W_t - Q| + X_2 \cdot |W_t - X_2|) / (|W_t - P| + |W_t - Q| + |W_t - X_2|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

$$M = (X_1 \cdot |W_t - X_1| + X_2 \cdot |W_t - X_2| + B \cdot |W_t - B|) / (|W_t - X_1| + |W_t - X_2| + |W_t - B|) \rightarrow Y_{2i,2j+1}$$

Condition 4 : “si le bord diagonal X_1-X_2 ($Y_{2i+1,2j}$)” et “ si le bord diagonal $P-Q$ ($Y_{2i,2j+1}$)”

Si l’intensité de la diagonal X_1-X_2 est au minimum ($Y_{2i+1,2j}$) ou $P-Q$ est au minimum ($Y_{2i,2j+1}$), alors on utilise Z_1 à Z_6 .

Nous devons utiliser deux conditions. Le bord doit être sur P ou Q ($Y_{2i+1,2j}$) ou X_1 ou X_2 ($Y_{2i,2j+1}$).

Cas $Y_{2i+1,2j}$:

$$P_1 = |P - X_1| + |P - X_2|$$

$$S_1 = |Q - X_1| + |Q - X_2|$$

Cas $Y_{2i,2j+1}$:

$$P_2 = |X_1 - P| + |X_1 - Q|$$

$$S_2 = |X_2 - P| + |X_2 - Q|$$

a) If $P_1 < S_1$ « bord sur le côté P » pour $Y_{2i+1,2j}$ ou $P_2 < S_2$ “bord sur le côté X_1 ” pour $Y_{2i,2j+1}$

$$M = (X_1 \cdot |W_t - X_1| + X_2 \cdot |W_t - X_2| + P \cdot |W_t - P|) / (|W_t - X_1| + |W_t - X_2| + |W_t - P|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

$$M = (P \cdot |W_t - P| + Q \cdot |W_t - Q| + X_1 \cdot |W_t - X_1|) / (|W_t - P| + |W_t - Q| + |W_t - X_1|) \rightarrow Y_{2i,2j+1}$$

b) If $S_1 < P_1$ “bord sur le côté Q ” pour $Y_{2i+1,2j}$ ou $S_2 < P_2$ “bord sur le côté X_2 ” pour $Y_{2i,2j+1}$

$$M = (X_1 \cdot |W_t - X_1| + X_2 \cdot |W_t - X_2| + Q \cdot |W_t - Q|) / (|W_t - X_1| + |W_t - X_2| + |W_t - Q|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

$$M = (P \cdot |W_t - P| + Q \cdot |W_t - Q| + X_2 \cdot |W_t - X_2|) / (|W_t - P| + |W_t - Q| + |W_t - X_2|) \rightarrow Y_{2i,2j+1}$$

Condition 5:

Si la différence d’intensité est verticale alors nous avons pris la moyenne de deux bords horizontaux.

If $Z_3 == 0$ et $Z_4 == 0$

$$M = (P \cdot |W_t - P| + R \cdot |W_t - R|) / (|W_t - P| + |W_t - R|)$$

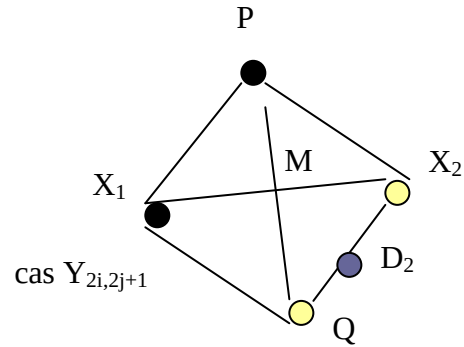
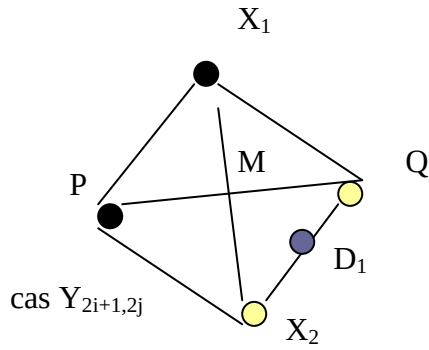
Condition 6: “if edge is on side $P-Q$ ”

Si l’intensité de $P-Q$ est minimale alors on peut appliquer Z_1 à Z_6 .

Si $Z_3 == 0$ ou $Z_{13} == 0$

On pose D_1 qui est égale à la moyenne.

$$D_1 = (X_2 + Q)/2 \quad \text{cas } Y_{2i+1,2j} \quad \text{et } D_2 = (Q + X_2)/2 \quad \text{cas } Y_{2i,2j+1}$$



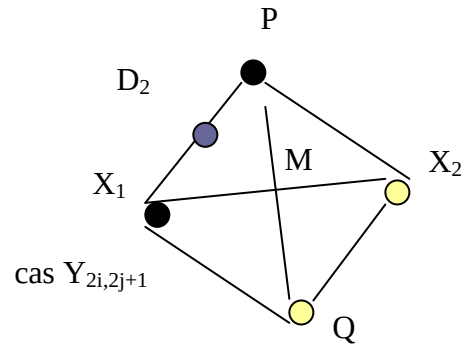
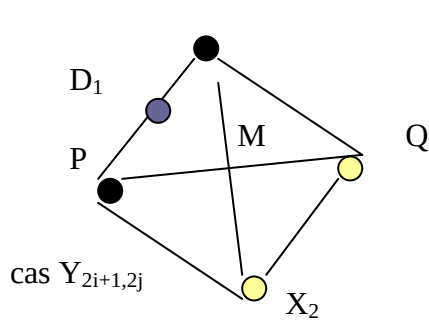
$$M = (P \cdot |W_t - P| + X_1 \cdot |W_t - X_1| + D_1 \cdot |W_t - D_1|) / (|W_t - P| + |W_t - X_1| + |W_t - D_1|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

$$M = (X_1 \cdot |W_t - X_1| + P \cdot |W_t - P| + D_2 \cdot |W_t - D_2|) / (|W_t - P| + |W_t - X_1| + |W_t - D_2|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

Condition 7: “si le bord est sur le côté X_2 - Q ” pour $Y_{2i+1,2j}$ ou “ si le bord est sur le côté Q - X_2 ”

Si l'intensité du bord X_2 - Q est minimale alors on utilise Z_1 à Z_6 .

On note $D_1 = (P + X_1)/2$ et $D_2 = (X_1 + P)/2$



$$M = (X_2 \cdot |W_t - X_2| + Q \cdot |W_t - Q| + D_1 \cdot |W_t - D_1|) / (|W_t - X_2| + |W_t - Q| + |W_t - D_1|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

$$M = (Q \cdot |W_t - Q| + X_2 \cdot |W_t - X_2| + D_2 \cdot |W_t - D_2|) / (|W_t - Q| + |W_t - X_2| + |W_t - D_2|) \rightarrow Y_{2i,2j+1}$$

Condition 8: « si l'intensité des deux verticales des bords sont plus petites que les différences Z_1 to Z_6 »

Si la différence d'intensité verticale est nulle alors nous avons à prendre la moyenne des deux bords horizontaux.

If ($Z_5 == 0$ and $Z_6 == 0$) or ($Z_{15} == 0$ and $Z_{16} == 0$)

Alors

$$M = (P \cdot |W_t - P| + X_1 \cdot |W_t - X_1|) / (|W_t - P| + |W_t - X_1|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$$

$$M = (X_1 \cdot |W_t - X_1| + P \cdot |W_t - P|) / (|W_t - X_1| + |W_t - P|) \rightarrow Y_{2i,2j+1}$$

Condition 9: « si le bord est sur le côté P - X_2 of $Y_{2i+1,2j}$ » ou « si le bord est sur le côté X_1 - P de $Y_{2i,2j+1}$ »

Si l'intensité des bords $P-X_2$ est au minimum ($Y_{2i+1,2j}$) ou si l'intensité des bords X_2-P est minimum ($Y_{2i,2j+1}$) alors tous les autres Z_1-Z_6 et le bord est $P-X_2$ ($Y_{2i+1,2j}$) ou le bord est X_2-P ($Y_{2i,2j+1}$).

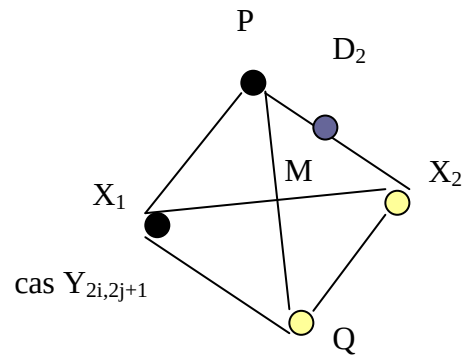
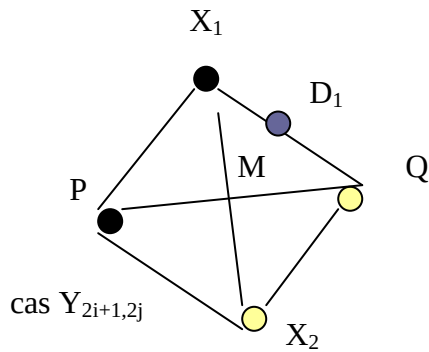
If $Z_5 == 0$ ou $Z_{15} == 0$

$D_1 = (X_1+P)/2$ ici c'est la moyenne $Y_{2i+1,2j}$

$D_2 = (P+X_2)/2$ ici c'est la moyenne $Y_{2i,2j+1}$

$M = (P \cdot |W_t-P| + X_2 \cdot |W_t-X_2| + D_1 \cdot |W_t-D_1|) / (|W_t-P| + |W_t-X_2| + |W_t-D_1|)$

$M = (X_1 \cdot |W_t-X_1| + P \cdot |W_t-P| + D_2 \cdot |W_t-D_2|) / (|W_t-X_1| + |W_t-P| + |W_t-D_2|)$



Condition 10: si le bord est sur le côté si le bord est de côté sur X_1-Q ($Y_{2i+1,2j}$) ou si le bord est sur le côté $P-X_2$ ($Y_{2i,2j+1}$)

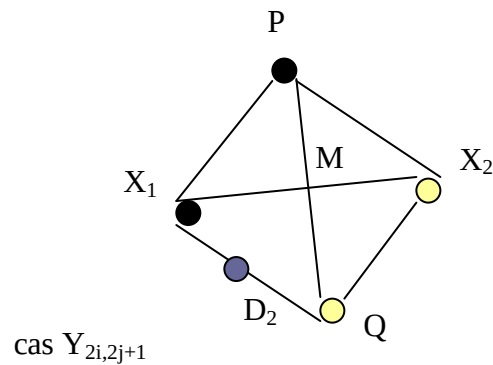
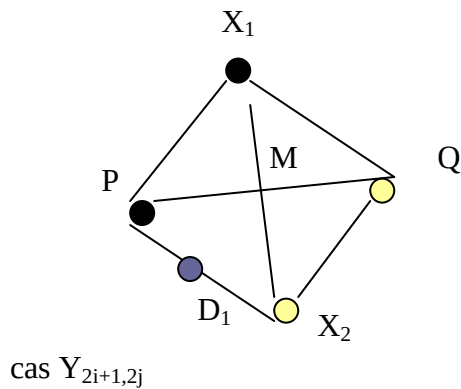
Si l'intensité du bord X_1-Q est au minimum ($Y_{2i+1,2j}$) ou si l'intensité du bord X_2-P est minimum ($Y_{2i,2j+1}$) alors Z_1 à Z_6 .

If $Z_6 == 0$ or $Z_{16} == 0$

Alors $D_1 = (A+X_2)/2$ ou $D_2 = (X_1+B)/2$

$M = (X_1 \cdot |W_t-X_1| + Q \cdot |W_t-Q| + D_1 \cdot |W_t-D_1|) / (|W_t-X_1| + |W_t-Q| + |W_t-D_1|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$

$M = (P \cdot |W_t-P| + X_2 \cdot |W_t-X_2| + D_2 \cdot |W_t-D_2|) / (|W_t-P| + |W_t-X_2| + |W_t-D_2|) \rightarrow Y_{2i+1,2j}$



Avantage : Rapide, simple calcul, évite de recalculer tous les coefficients d'interpolation

Inconvénient : proche de la méthode nearest et bilinéaire

Résultat sur une image IRM :

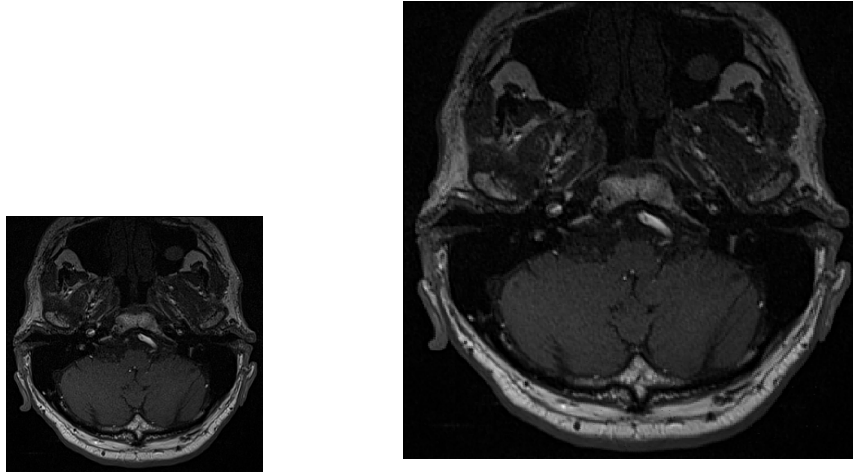


Figure 87 : a) Image original, b) Image interpolée de valeur de 2

PARTIE C : Résultat

I) Les fonctions de base :

L'interpolation du plus proche voisin (Nearest Neighbour). C'est l'interpolation la plus facile et rapide à calculer. Pour trouver la valeur du pixel d'interpolation, on duplique tout simplement le pixel le plus proche. Il y apparaît une pixellisation importante. L'avantage consiste à ce que le rapport des couleurs reste le même (si nous travaillons en RGB). L'information contenue dans cette image est donc la même que dans l'image originale.

L'interpolation bilinéaire ou b-spline d'ordre 1. Elle produit des contours lisses avec un léger effet de pixellisation. Le pixel de l'image résultante est calculé selon une fonction bilinéaire à partir de son entourage.

L'interpolation bicubique ou b-spline d'ordre 3. Plus sophistiquée, cette interpolation produit des contours lisses et un effet de pixellisation moindre que celui des interpolations d'ordre inférieur. Un pixel de l'image résultante est calculé selon une fonction bicubique à partir de son entourage.

Il y a possibilité dans certaines méthodes d'interpolation d'utiliser des filtres particuliers.

Filtre Hermite : Malgré le flou important pour certaines images, la netteté de l'image est préservée généralement. Leger effet de pixellisation cependant.

Filtre Bell : Relativement rapide et produit une image lissée, les contours sont continus.

Filtre Lanczos : Algorithme très lent. Produit des images très nettes. Peut parfois amener à des artefacts répétitifs qui se propagent dans l'image.

...

La méthode edge-guided interpolation a des caractéristiques proches des méthodes NEDI et ICBI. Nous pouvons voir des artefacts de contours sur les bords dus au calcul local, parce que cette méthode utilise des polynômes et un calcul approximatif des statistiques

II) Résultat sur des images médicales :

Afin d'évaluer la qualité diagnostique des méthodes d'interpolation, un médecin a visualisé une séquence d'images (séquence IRM constituée de 15 coupes) interpolée *4 par 12 des méthodes d'interpolation présentées dans ce rapport : l'interpolation adaptative, l'interpolation bilinéaire, l'interpolation par directionlet, ESINPT, ICBI, IEDI, INEDI, MEDI, NEDI, NELDI, Lanczos d'ordre 2, Lanczos d'ordre 5 et la méthode contourStencil.

Nous utilisons l'image présentée **figure 88** pour la comparaison qualitative des différentes méthodes d'interpolation.

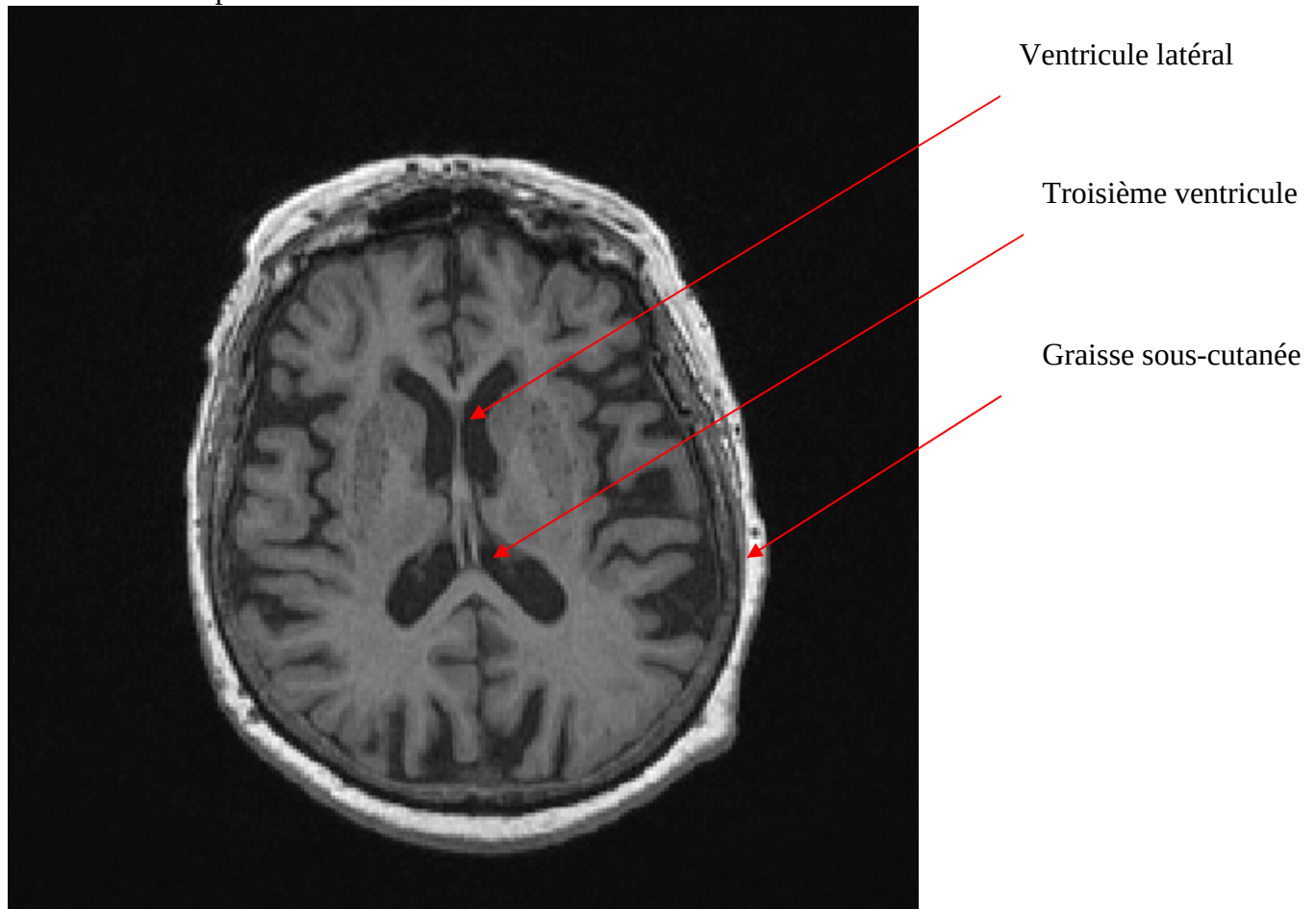
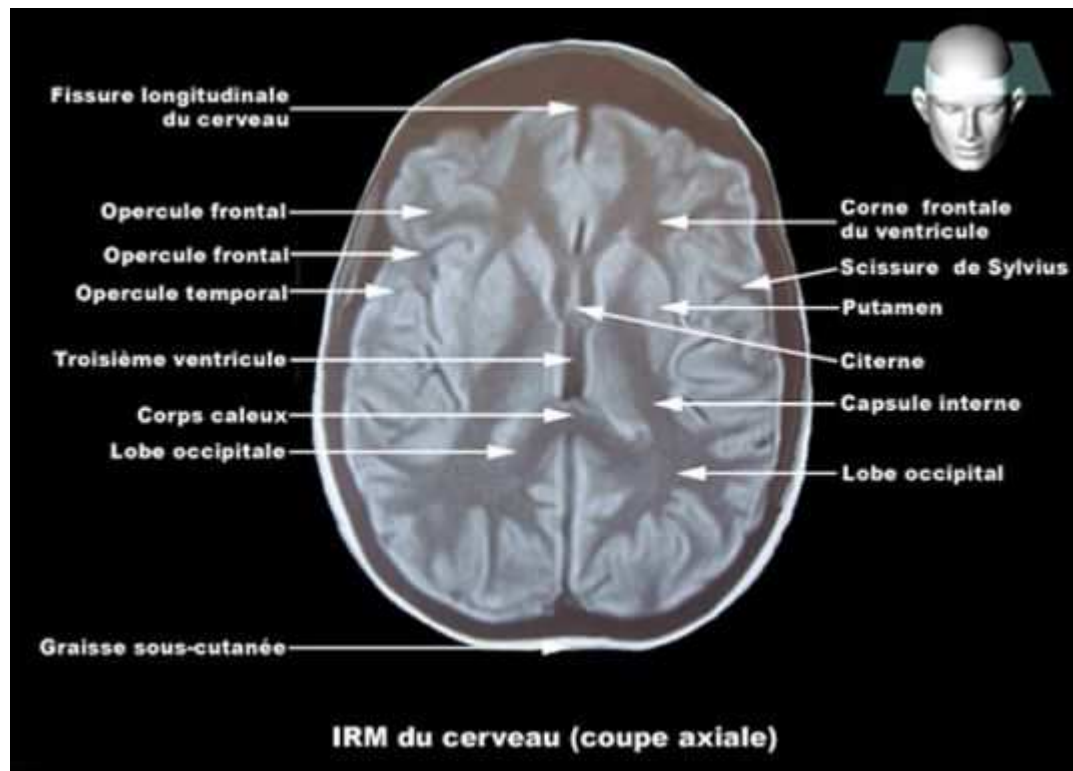


Figure 88 : Image Interpolée

Les trous de Luschka sont des ouvertures latérales au niveau du IV^{ème} ventricule permettant le passage du liquide céphalorachidien. Les trous de Magendie performent la partie inférieure du toit du 4^e ventricule cérébral et mettent en communication le système ventriculaire avec l'espace sous-arachnoïdien. Ces trous sont les principaux critères diagnostiques de cette image.



Commentaires du radiologue :

- La méthode adaptative est à rejeter pour les images médicales parce qu'elle produit beaucoup trop d'artéfacts sur les contours de l'image IRM (contours en marches d'escalier ou pixellisation des contours).
- L'image interpolée avec la méthode bilinéaire n'est pas pixellisée. Cette méthode a l'avantage de débruiter les zones homogènes et de fournir des bords nets pour toutes les zones anatomiques (même les trous de Luschka). Par contre cette méthode ne donne pas un rendu très net des détails linéaires (par exemple les différentes membranes constituant les méninges ne sont pas nettes). Cette méthode s'avère néanmoins relativement bien adaptée à l'IRM.
- La méthode directionlet génère des bords nets sans pixellisation, A l'inverse de la précédente, cette méthode donne un rendu très net des détails linéaires. Par contre cette méthode a tendance à bruite les plages homogènes. Cette méthode s'avère donc bien adaptée à l'IRM.
- La méthode ESINPT (Edge guided interpolation) rajoute une ligne noire entre la substance blanche et la substance grise. Elle génère une texture dite lavée, la texture est comme artificielle (comme un logiciel de dessin) surtout dans les zones de très forte intensité. Cette méthode donne un rendu très net des détails linéaires. Cette méthode ne s'avère pas très adaptée à l'IRM d'après le radiologue.
- L'image interpolée par la méthode iCBI est peu artéfactée. Les bords ne sont pas pixelisés et les trous sont renforcés. Cependant il est possible de voir quelques artéfacts dans les zones de forte intensité. Ces artéfacts rendent certaines zones comme artificielles ce qui est gênant pour l'interprétation des

images IRM. Un autre artefact gênant pour l'interprétation est le renforcement des bords noirs du cortex.

- La méthode IEDI produit des artefacts linéaires horizontaux qui altèrent considérablement les contours. La texture est également dégradée par un artefact « poivre et sel ». Cette méthode n'est pas adaptée pour l'interprétation des IRMs.
- La méthode INEDI produit des bords dédoublés gênant l'interprétation (surtout au niveau des petits trous). Cette perte de netteté des bords rend cette méthode non adaptée à l'interprétation des IRMs.
- La méthode MEDI génère des lignes horizontales très gênantes pour l'interprétation. Par conséquent, elle n'est pas utilisable pour les images médicales.
- La méthode NLEDI pixellise les bords (manque de netteté sur les bords des petits trous) ce qui rend la méthode non adaptée à l'interprétation des IRM.
- La méthode Lanczos d'ordre 2 génère des bords pixellisés et des points blancs dans les zones de texture homogène. Cette méthode n'est pas adaptée à l'interprétation des IRMs.
- La méthode lanczos d'ordre 5 restitue très correctement les plages homogènes. Les bords présentent un très léger artefact en marches d'escalier. Cette méthode s'avère très bien adaptée à l'IRM.

Dans cette expérience, trois méthodes se distinguent les méthodes bilinéaires, directionlet et lanczos 5. Une étude plus complète sur un grand nombre d'images avec plusieurs experts est nécessaire pour définir la méthode la plus adaptée. Mon travail constitue la première étape de cette comparaison. Les algorithmes sont maintenant disponibles pour les tests.

Discussion

Il existe de très nombreuses méthodes d'interpolation pour les images. Ces méthodes peuvent être classées dans 4 grandes familles :

Les méthodes polynomiales :

- B-spline, bilinéaire, bi-cubic,...
- Sobolev
- BG Interpolation
-

Les méthodes basées sur les réseaux de neurone :

- Tree-Based Resolution Synthesis de C. Brian Atkins
- Triangulation de Delaunay Interpolation
- Super-résolution avec réseau de neurone
- Patch-based image interpolation de X. Li
- KR : Kernal Regression-based
- Interpolation en utilisant les ondelettes
-

Les méthodes basées sur les contours :

- NEDI...
- Edge Inference for Image Interpolation,
- Edge Preserving Interpolation of Digital Images Using Fuzzy Inference,
- Aqua
- EASE
- ARBF
- EOA proche de la méthode LAZA
- Différentes variation de la méthode ELA
- LAZA...

La troisième classe, les méthodes basées sur les régions, ondelette :

- Texture Markov,
-

De nouvelles méthodes sont toujours développées. Pour l'imagerie médicale, ces méthodes doivent être rapides et ne doivent pas introduire d'artéfacts pouvant gêner l'interprétation.

Conclusion

Nous avons pu voir dans ce compte rendu, la richesse des méthodes d'interpolation. L'objectif de mon travail était de répertorier les principales méthodes d'interpolation et de fournir à l'antenne de traitement d'images les algorithmes d'interpolation de ces différentes méthodes. Certains algorithmes étaient disponibles sur le net mais il m'a fallu les adapter aux images traitées (format Dicom, fenêtrage). J'ai également programmé les méthodes non disponibles après avoir compris leur principe. L'analyse comparative des différentes méthodes peut maintenant être réalisée par les radiologues sur un grand panel d'IRMs. Je retiens que l'interpolation est un outil important pour l'interprétation des IRM (pour grossir l'image et obtenir davantage de précision anatomique). Seul un radiologue peut juger de la qualité d'une méthode.

Toute la complexité de ce travail était de comprendre le principe des méthodes existantes dans les différents papiers de recherche avant d'effectuer les tests comparatifs et de sélectionner les méthodes les plus efficaces.

Résumé

L'interpolation est le procédé qui permet de zoomer une image. Le but de l'interpolation est de restituer les informations de l'image initiale et donc de ne pas insérer d'artéfacts. Cette nouvelle image reconstruite est appelée l'image Haute-Résolution. Il est donc nécessaire d'estimer la valeur des pixels non connus par la seule connaissance des valeurs connues de l'image originale. Il existe de nombreuses méthodes d'interpolation.

Nous pouvons classer les différentes méthodes d'interpolation selon différentes familles :

- Les méthodes polynômiales (B-spline, bilinéaire, Gaussien, Sobolev, BG, Newton...)

- Les méthodes basées sur la texture (MRF-EDI, ...)

- Les méthodes basées des calculs complexes (filtre, technique de reconstruction...)

- Les méthodes basées sur les ondelettes (Haar, Contourlet, ...)

- Les méthodes basées sur les pixels de bord (EDI, NEDI...)

- Les méthodes propres qui ne peuvent pas être classées

- Les méthodes basées sur les réseaux de neurones

...

Ces méthodes d'interpolation peuvent être appliquées aux images monochromes ou couleur en 2D ou 3D. Certaines méthodes sont plus spécifiques pour la vidéo.

Afin de définir les méthodes les plus adaptées à l'IRM, j'ai mis à disposition du laboratoire plusieurs algorithmes d'interpolation représentatifs des principales classes citées précédemment.

L'interpolation pour les images médicales doit être évaluée car elle ne doit pas introduire d'artéfact pouvant modifier le diagnostic ou au contraire effacer un critère anatomique ou fonctionnel important pour le diagnostic. Cette évaluation se fera par des radiologues sur un grand nombre d'images.

REFERENCE

- [1] Thévenaz . “A Image Interpolation and Resampling”. *IEEE Handbook of medical imaging book contents*. Pages: 393 - 420. Year of Publication: 2000. ISBN:0-12-077790-8 ...
- [2] Don Michell. “Reconstruction Filters in Computer Graphics”. *Citeseerx Volume 22 , Issue 4 (August 1988) Pages: 221 - 228 ISSN:0097-8930*
- [3] Thomas M. Lehmann “Survey: Interpolation Methods in Medical Image Processing”, *IEEE Transactions on Nov. 1999 Volume 18 Issue 11 pages 1049 - 1075 ISSN 0278-0062*
- [4] Erick H. W. Meijering, Karel J. Zuiderveld, Max A. Viergever. “Image Reconstruction by Convolution with Symmetrical Piecewise nth-order Polynomial Kernels”. *IEEE Transactions on Image Processing Volume 8, Issue 2, 1999, Pages 192-201 ISSN : 10577149*
- [5] Robert G. Keys. “Cubic convolution Interpolation for Digital Image Processing “,*IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing on Dec 1981. Volume: 29 Issue:6 pages 1153 – 1160 ISSN 0096-3518.*
- [6] E. Catmull and R. Rom. “A class of local interpolating splines” *Computer Aided Geometric Design (Proc of international Conference on Computer Aided Geometric Design '74), pages 317_326, 1974*
- [7] R.G. Keys. “Cubic convolution interpolation for digital images”. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing, 29:1153-1160, 1981*
- [8] M. Unser Splines : “A perfect fit for signal and image processing”. *IEEE Signal Processing Magazine, 16(6):22-38, 1999.*
- [9] P.V. Sankar and L. A. “Ferrari. Simple Algorithms and architectures for B-Spline Interpolation”. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, vol.. 10, N0. 2, March 1988.*
- [10] Thierry Blu, Phlippe Thévenaz, Michael Unser. “Maximal-Order Interpolation of Minimal Support”. *IEEE Transactions on Image Processing, vol 10. N07 July 2001.*
- [11] Erick H. W. Meijering, Wiro J. Niessen, Max A. Viergever.“The sinc-approximating kernels of classical polynomial interpolation” *IEEE International Conference on Image Processing Volume 3, 1999, Pages 652-656*
- [12] Neil A. Dodgson. “Quadratic Interpolation for Image Resampling”. *IEEE transactions on image processing Vol6. N0 9, sept 1997.*
- [13] A. Schaum. “Theory and design of local interpolators”. *CVGIP: Graph Models Image Processing, vol 55 no 6 pp 464-481.*
- [14] Du Huiqian, Mei Wenbo, Su Guangchan. “Edge-directed interpolation based on shifted-linear image model”. *Journal of Electronics (China) Volume 23, Number 3, 389-393, DOI: 10.1007/s11767-004-0231-y*
- [15] Th. Blu. “Linear Interpolation Revitalized”. *IEEE Transactions on Image Processing Volume 13, Issue 5, May 2004, Pages 710-719 ISSN: 10577149*
- [16] Lei Zhang. “An edge-guided Image Interpolation Algorithm via Directional Filtering and Data Fusion”. *IEEE Transactions on Image Processing Volume 15, Issue 8, August 2006, Pages 2226-2238*
- [17] Xin Li. “New Edge-Directed Interpolation”. *IEEE Translations on image processing Oct 2001 volume 10 Issue: 10 pages 1521 – 1527 ISSN 1057-7149*
- [18] Thomas M. Lehmann “Survey: Interpolation Methods in Medical Image Processing”, *IEEE 1999*
- [19] Nicola Asuni. “Accuracy Improvement and artifacts removal in edge based image interpolation”. *VISAPP 2008 - 3rd International Conference on Computer Vision Theory and Applications, Proceedings Volume 1, 2008, Pages 58-65 ISBN: 978-989811121-0*

- [20] Nicola Ascuni. "Thesis: Tecnica adattativa per l'interpolazione di immagini".
- [21] Nicola Asuni. "Fast Artifacts-Free Image Interpolation". In *Proc. of the British Machine Vision Conf. 2008 (Leeds, Sept. 2008)*, pages 123--132.
- [22] Wing-Shan Tam, Chi-Wah Kok, Wan-Chi Siu. "Modified edge-directed interpolation for images". *17th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2009) Or Imaging, Vol. 19, 013011 (2010)*; doi:10.1117/1.3358372
- [23] X. Zhang, Siwei Ma, Y. Zhnag, Li Zhang, Wen Gao. "Nonlocal Edge-Directed Interpolation". *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics) Volume 5879 LNCS, 2009, Pages 1197-1207*
- [24] Antoni Buades et Jean-Michel Morel. "A non-local algorithm for image denoising". *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005. CVPR 2005.*
- [25] Buades, COLL, MOREL. "A review of image denoising algorithms, with a new one". *citeSeer 2005*
- [26] Toronoto, Dan Ventura, Bryan S. Morse. "Edge Inference for Image Interpolation". *IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 2005. IJCNN '05. Proceedings. 31 July-4 Aug. 2005 pages 1782 - 1787 vol. 3 ISBN 0-7803-9048-2*
- [27] Dong, Zhang, Shi, Wu. "Nonlocal back-projection for adaptive image enlargement" .
- [28] Antoni Buades et Jean-Michel Morel. "A non-local algorithm for image denoising".
- [29] Buades, COLL, MOREL. "A review of image denoising algorithms, with a new one". 2005
- [30] X. Zhang, Siwei Ma, Y. Zhnag, Li Zhang, Wen Gao. "Nonlocal Edge-Directed Interpolation".
- [31] Minh N. Do, Martin Vetterli. "The Contourlet Transform : An efficient Directional Multiresolution Image Representation", *IEEE Trans. Image Proc. 14, December 2005.*
- [32] Y. Lu and M. N. Do, "A new contourlet transform with sharp frequency localization," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Image Proc., (Atlanta, USA), October 2006*
- [33] O. G. Guleryuz, "Predicting wavelet coefficients over edges using estimates based on nonlinear approximants," in *Proc. IEEE Data Compression Conference, April 2004.*
- [34] X. Li, "Image resolution enhancement via data-driven parametric models in the wavelet space." *Under review, 2007.*
- [35] O. G. Guleryuz, "Nonlinear approximation based image recovery using adaptive sparse reconstructions and iterated denoising: Part I - theory," *IEEE Trans. Image Proc. 15, pp. 539--554, March 2006.*
- [36] N. Mueller, Yue Lu, Minh N. Do. "Image interpolation Using Multiscale Geometric Representations". *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering Volume 6498, 2007, Article number 64980A ISBN: 0819466115; 978-081946611-2*
- [37] Nguyen Truong T., Oraintara Soontorn. "A filter bank for the directional decomposition of images : theory design", *IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 40, issue 4, pp. 882-89*
- [38] Minh Do, Martin Vetterli. "Pyramid Directional Filter Bank and Curvelet". *IEEE International Conference on Image Processing Volume 3, 2001, Pages 158-161*
- [39] Martin Vetterli. "Multi-dimensional sub-band coding : some theory and algorithms". *Signal Processing, vol. 6, num. 2, 1984, p. 97-112*
- [40] Yi Chen, Michael D. Adams, Wu-Sheng Lu. "Design of Optimal quincunx filter banks for Image coding via sequential quadratic programming". In *Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems*
- [41] Directional Multiresolution Image Representation (thesis Minh Do)

- [42] Zhou Wang and Alan C. Bovik. "Mean Squared Error: Love it or Leave it?" *IEEE Signal Processing Magazine* Jan. 2009 volume 26 **Issue: 1** pages 98 - 117
- [43] Zhou Wang and Alan C. Bovik. "Structural Approches to Image Quality Assessment". *Handbook of Image and Video Processing*, 2005.
- [44] Zhou Wang. "Maximum differentiation (MAD) competition: A methodology for comparing computational models of perceptual quantities". <http://www.ece.uwaterloo.ca/~z70wang/research/mad/> or *Journal of Vision*, vol. 8, no. 12, pp. 1-13, Sept. 2008.
- [45] Zhou Wang. "A universal Image Quality Index". *IEEE signal processing letters*, 2002.
- [46] Zhou Wang and Ligang Lu. "Why is image quality assessment so difficult?" <http://www.ece.uwaterloo.ca/~z70wang/publications/icassp02a.html>
- [47] Zhou Wang. "Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity". *IEEE Transactions on image processing*, 2004
- [48] David Darian Muresan. "Fast Edge Directed Polynomial Interpolation" *IEEE International Conference on Image Processing*, 2005. *ICIP 2005. 11-14 Sept. 2005*
- [49] Zhou Wang. "Maximum differentiation (MAD) competition : A methodology for comparing computational models of perceptual quantities". *Journal of Vision* 2008
- [50] Todd Wittman. "Mathematical Techniques for Image Interpolation ." *CiteSeek* 2005
- [51] Xin Li. "Edge-Directed Prediction for Lossless Compression of Natural Images *IEEE Transactions on Image Processing* Volume 10, Issue 6, June 2001, Pages 813-817
- [52] Thierry Blu. "MOMS: Maximal-Order Interpolation of Minimal Support". *IEEE Transactions on Image Processing* Volume 10, Issue 7, July 2001, Pages 1069-1080
- [53] Calude E. Duchois. "Lanczos Filtering in One and Two Dimensions" <http://journals.ametsoc.org/doi/pdf/10.1175/1520-0450%281979%29018%3C1016%3ALFIOAT%3E2.0.CO%3B2>
- [54] Philippe Carré, Christine Fernandez-Maloigne. "Paquets d'ondelettes de Meyer pour les traitement d'images"
- [55] Michael Unser. "B-Spline Signal Processing". <http://bigwww.epfl.ch/publications/unser9301.html> ou *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, no. 2, pp. 834-848, February 1993.
- [56] XIAO-QIANG CHEN, JUN ZHANG, LE-NAN WU ."IMPROVEMENT OF A NONLINEAR IMAGE INTERPOLATION METHOD BASED ON HEAT DIFFUSION EQUATION", *International Conference on Machine Learning and Cybernetics* Volume 5, 2003, Pages 2911-2914
- [57] Chen G. "Research on models mergence algorithm based on Delaunay triangulation" *Proceedings - 2009 International Forum on Information Technology and Applications, IFITA 2009* Volume 2, 2009, Article number 5231343, Pages 387-390
- [58] M. Kum . "An Adaptive Zooming Algorithm for Images" these
- [59] Abdelmouin Belahmidi. "A Partial Differential Equation Approach to Image Zoom" *International Conference on Image Processing*, 2004.
- [60] E. Meijering. "A chronology of interpolation: From ancient astronomy to modern signal and image processing." <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.19.1654> ou *Proceedings of the IEEE* Volume 90 issue 3 pages 319-342

ANNEXE
(Documents supplémentaires pour la compréhension de certaine méthode)

I) Méthode de vérification dans les images:

a) PSNR : Peak Signal to Noise Ratio[42]

C'est la mesure de la distorsion utilisée en image numérique, tout particulièrement en compression d'image. Il s'agit de quantifier la performance des codeurs en mesurant la qualité de reconstruction de l'image compressée par rapport à l'image originale.

$$\text{PSNR} = 20 \log_{10} \left(\frac{\text{WindowWidth}}{\sqrt{\text{MSE}}} \right)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{2H * 2W} \sum_{i=0}^{2H-1} \sum_{j=0}^{2W-1} Z_{i,j}^2$$

Avec $Z_{i,j} = |L_{i,j} - Y_{i,j}|$ avec $L_{i,j}$ sont les pixels de l'image originale et $Y_{i,j}$ est l'image interpolée.

Avantage MSE :

- simple
- calcul simple avec peu de complexité

Inconvénient : manque de précision

b) Average grad:

$$G = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \sqrt{(\Delta I_x^2 + \Delta I_y^2) / 2} \quad \text{avec } \Delta I_x = X_{i+1,j} - X_{i,j}, \Delta I_y = X_{i,j+1} - X_{i,j}$$

On dit que $X_{i,j}$ est l'image en niveau de gris.

c) SSIM :

L'index SSIM (Structure SIMilarity index) est calculé à partir de 3 valeurs de similarité : la similarité locale $l(x,y)$ de l'intensité lumineuse, la similarité locale $c(x,y)$ du contraste et la similarité locale $s(x,y)$ de la structure. [43][44][47] (figures 92 et 93)

Nous savons naturellement que la luminance de la surface d'un objet observé est le produit de l'éclairage par le facteur de réflexion.

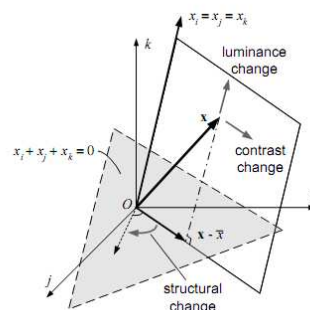


Figure 89 : Séparation des changements de luminance, de contraste et de structure de l'image référence x .

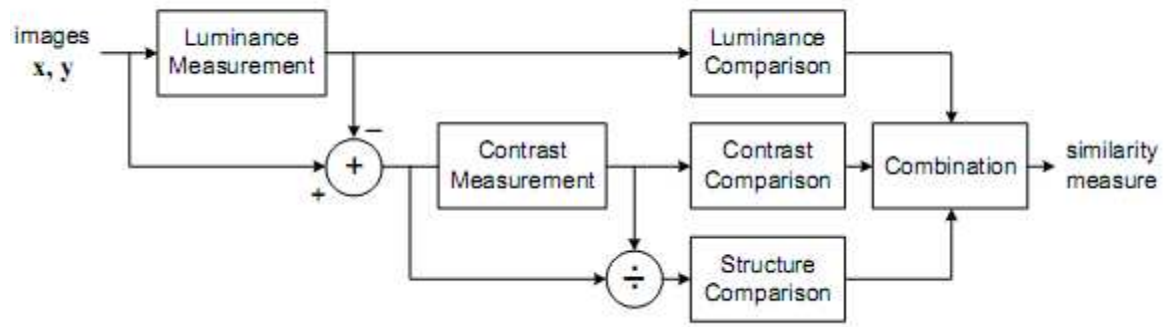


Figure 90 : Diagramme du système de la mesure de similarité

Le système sépare la tâche de calcul de la luminance, du contraste et de la structure.

1^{er} : La luminance de chaque signal est estimée comme la moyenne d'intensité.

$$\mu_x = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1)$$

La fonction de luminance équivalente $l(x,y)$ est alors une fonction de μ_x et μ_y :

$$l(x,y) = l(\mu_x, \mu_y) \quad (2)$$

2^{ème} : Nous pouvons supprimer l'intensité moyenne du signal. Dans les formules discrètes comme le résultat du signal de $x - \mu_x$ qui correspond à la projection dans l'hyperplan défini par :

$$\sum_{i=1}^N x_i = 0 \quad (3)$$

Nous utilisons la déviation standard (variance de la racine carrée) comme une estimation du signal de contraste.

La variance de la forme discrète peut s'écrire maintenant :

$$\sigma_x = \left(\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^2 \right)^{1/2} \quad (4)$$

La comparaison du contraste $c(x,y)$ est alors la comparaison de σ_x et σ_y :

$$c(x,y) = c(\mu_x, \mu_y) \quad (5)$$

3^{ème} : Nous pouvons normaliser la formule précédente par :

$$s(x,y) = s\left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}, \frac{y - \mu_y}{\sigma_y}\right) \quad (6)$$

Finalement, les trois composantes sont combinées pour le rendement d'une combinaison similaire à la mesure.

$$S(x,y) = f(l(x,y), c(x,y), s(x,y)) \quad (7)$$

Selon la définition complète de la simulation mesurée en l'équation 7, nous devons définir trois fonctions $l(x,y)$, $c(x,y)$ et $s(x,y)$, pour satisfaire les conditions $f(\cdot)$.

Pour effectuer ce calcul, il faut satisfaire les conditions suivantes :

- Symétrie : $S(x,y) = S(y,x)$. quand la quantification est similaire entre deux signaux.
- Limite : $S(x,y) \leq 1$.
- Un unique maximum : $S(x,y) = 1$. La similarité de la mesure doit quantifier sans variations que devrait exister dans l'entrée du signal.

La comparaison de la luminance est définie comme :

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + C_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1} \quad (8)$$

Où C_1 est une constante qui permet d'éviter l'instabilité quand $\mu_x^2 + \mu_y^2$ est proche de 0.

$$C_1 = (K_1L)^2 \quad (9)$$

avec L l'échelle dynamique des valeurs de pixels (ex. 255 pour images de 8 bits) et $K_1 \ll 1$ une petite constante.

D'après les lois de Weber, nous notons que R représente le ratio de la luminance du signal distorsion pour le signal référent, alors nous réécrivons le signal en distorsion comme $\mu_s = (1+R)\mu_x$.

En remplaçant dans l'équation 8, on obtient :

$$l(x, y) = \frac{2R}{1 + R^2 + C_1 l \mu_x^2} \quad (10)$$

Si nous prenons C_1 assez petit pour être ignoré, alors $l(x,y)$ est une fonction seulement de R (d'un espace Réel) appartenant à $\Delta I = \mu_x - \mu_y$.

La fonction de contraste prend la forme :

$$c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2} \quad (11)$$

Avec C_2 une constante positive $C_2 = (K_2L)^2$ et $K_2 \ll 1$.

Soit la corrélation entre x et y correspondant au cosinus de l'angle. Nous définissons que $s(x,y)$ est écrit comme :

$$s(x, y) = \frac{2\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x\sigma_y + C_3} \quad (12)$$

Comme dans la luminance et les mesures de contrastes, nous n'introduisons qu'une petite constante en deux dénominateurs et numérateurs. σ_{xy} doit être estimé comme :

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y) \quad (13)$$

Notons que $s(x,y)$ peut prendre des valeurs négatives.

En combinant, (8), (11) et (12), on obtient le calcul du SSIM (Structural SIMilarity indice) entre le signal x et y .

$$SSIM(x,y) = [l(x,y)]^\alpha [c(x,y)]^\beta [s(x,y)]^\gamma \quad (14)$$

Avec α, β et γ positives. Soit $\alpha = \beta = \gamma = 1$ et $C_3 = C_2/2$.

Ce qui donne :

$$SSIM(x, y) = \frac{c(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}$$

Les constantes μ_x , σ_x et σ_{xy} sont calculées pour une fenêtre 8x8. Nous utilisons pour cela un cercle symétrique Gaussien de point $w=\{w_i / i=1,2,...,N\}$, avec déviation standard de 1,5, normalisés de somme unité $\sum_{i=1}^N w_i$.

$$\mu_x = \sum_{i=1}^N w_i x_i$$

$$\sigma_x = \left(\sum_{i=1}^N w_i (x_i - \mu_x)^2 \right)^{1/2}$$

$$\sigma_{xy} = \sum_{i=1}^N w_i (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$$

Nous pouvons également utiliser l'index MSSIM évalué par :

$$MSSIM(X, Y) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M SSIM(x_j, y_j)$$

Avec X l'image initiale et Y l'image modifiée.

II) Fast edge directed polynomial interpolation [48]

Je vais présenter cette invention qui est utilisée dans la méthode edi et d'autres méthodes qui sont basés sur la reconstruction de bord. Nous allons développer cette invention pour un facteur de zoom de K=6. Cette méthode permet d'augmenter la vitesse de calcul et évite de produire un grand nombre de coefficients.

Voici l'image (figure 88) avant changement de pixel lorsque que nous mettons dans la matrice pixel de haut résolution Y(i,j) :

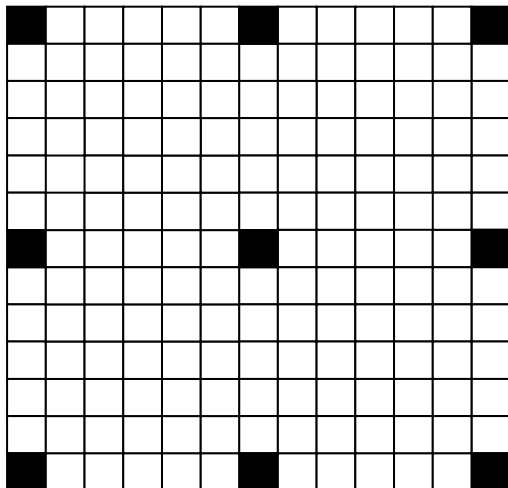


Figure 91 : Image après interpolation, les pixels noirs sont les pixels connus, et les pixels blancs les pixels à interpoler

L'image originale de chaque pixel a une diagonale et une direction non-diagonale. Les directions diagonales doivent être de 45°(diagonale-1), 135° (diagonale-2), ou diagonale neutre.

Les non-diagonaux doivent être de 0° (horizontal), 90° (vertical).

Nous utilisons la fenêtre de 3x3 avec des poids p_1 à p_9 qu'ils sont les valeurs d'intensité d'un pixel du niveau de gris (figure 92).

p_1	p_2	p_3
p_4	p_5	p_6
p_7	p_8	p_9

Figure 92: Montre la répartition des pixels

Soit TH qui est un seuil positif qui doit déterminer adaptative ou présélective, la diagonale et nondiagonale de direction de p_5 .

a) Le calcul des distances :

$$d_1 = \text{abs}(1/2 (p_4 - p_6) - p_5)$$

$$d_2 = \text{abs}(1/2 (p_3 - p_7) - p_5)$$

$$d_3 = \text{abs}(1/2 (p_2 - p_8) - p_5)$$

$$d_4 = \text{abs}(1/2 (p_1 - p_9) - p_5)$$

b) si $\text{abs}(d_1 - d_3) < \text{TH}$ la direction est nondiagonale-neutrale.

Sinon si $d_1 < d_3$ la direction est horizontale

Sinon la direction est verticale

c) si $\text{abs}(d_2 - d_4) < \text{TH}$ la direction est diagonale-neutre

Sinon si $d_2 < d_4$ la direction est diagonale-1.

Sinon la direction est diagonale-2.

Ce qui signifie que l'image originale forme de nouvelles images : la première image est nommée comme la direction de diagonale et la seconde direction nondiagonale.

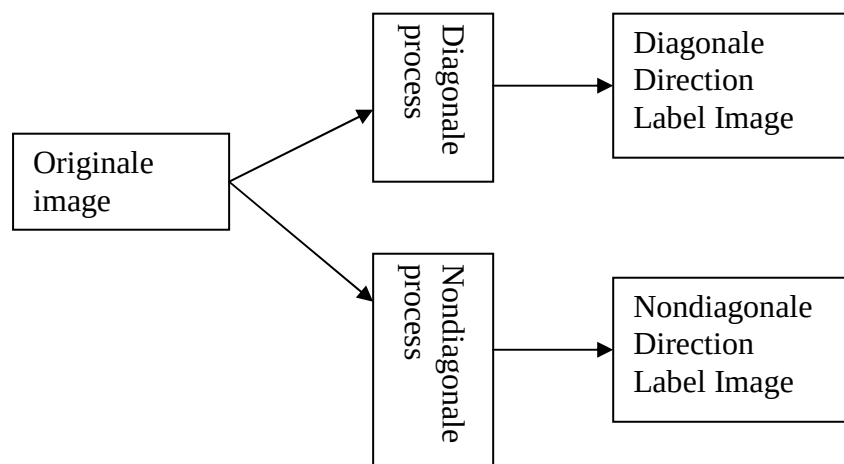


Figure 93 : Schéma de la méthode

L'étape maintenant du processus est de créer une fenêtre de travail dans l'image. On souhaite faire une région d'intérêt de grandeur $(K+1) \times (K+1)$ (ce qui signifie 7×7) et de calculer une région d'intérêt à la fois (voir le carré de la figure 91).

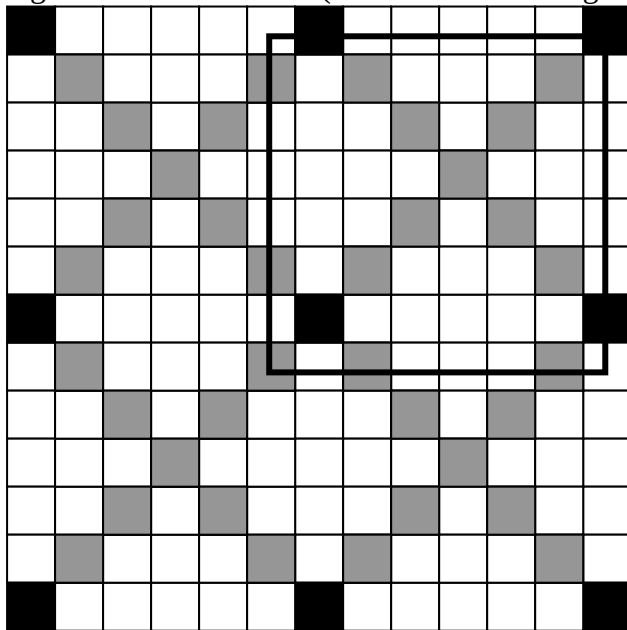


Figure 93 : montre la région d'intérêt dans le carré

Pour calculer la région d'intérêt, nous devons utiliser des interpolations de dimension 1.

Soit la définition :

Si la région d'intérêt est la diagonale 1, on fait une interpolation de dimension 1 en la direction de diagonale 1.

Sinon si la région d'intérêt est une diagonale 2, on fait une interpolation de dimension 1 en la direction de la diagonale 2.

Sinon utiliser les valeurs de pixel interpolé de l'interpolation bi-cubic. Par exemple la figure 90, nous montres ici la complexité de l'étape. On peut voir de gauche à droite, dessus en dessous, la première région d'intérêt selon la diagonale 2, la seconde était la diagonale 1, la troisième et la quatrième est la diagonale 2.

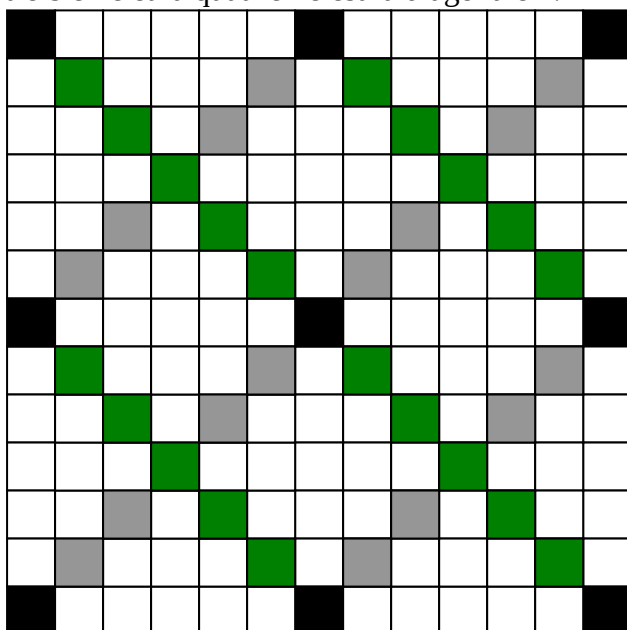


Figure 94 : Nous pouvons voir la diagonale 1

Après avoir effectué le travail dans la deuxième direction, on obtient la figure 92.

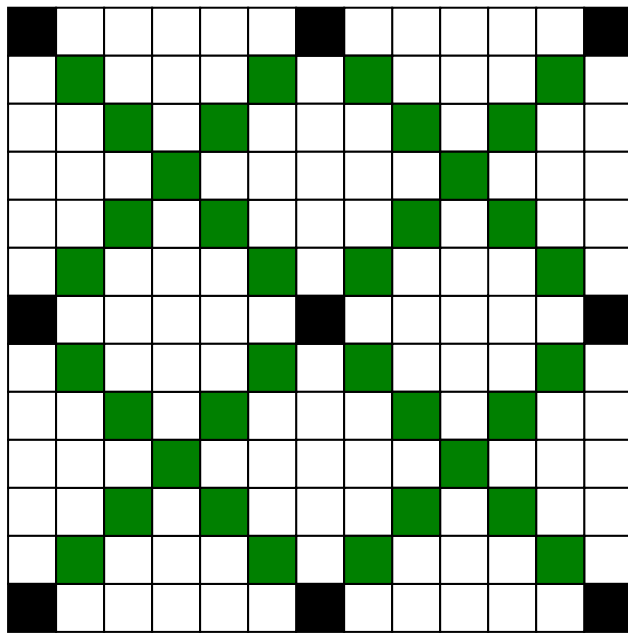


Figure 95 : Après le calcul de la diagonale 2

On vient de calculer les diagonales, il faut maintenant calculer les pixels non-connus horizontaux.

On calcule alors la deuxième étape, nous devons construire une nouvelle fenêtre d'intérêt. On aura à calculer les pixels sur les colonnes et les lignes. Nous travaillons de la même façon que précédent en utilisant des fenêtres.

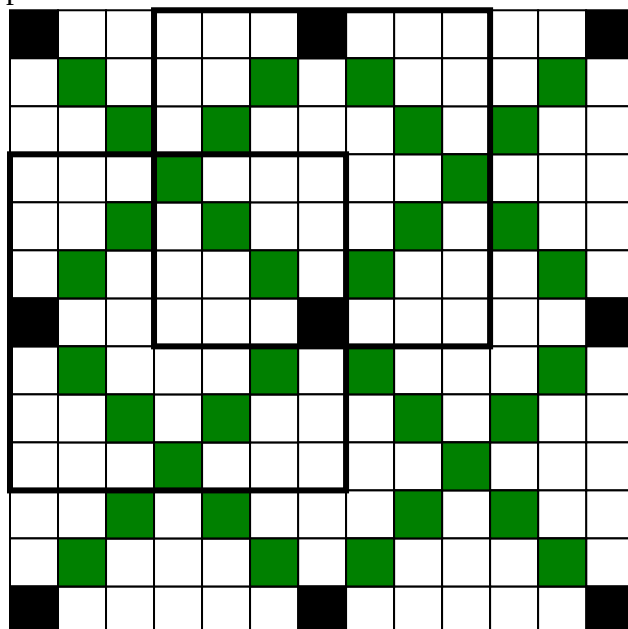


Figure 96 : étape 2

Si la région d'intérêt est horizontale alors on calcule l'interpolation 1D dans la direction horizontale de chaque pixel.

Sinon si la région d'intérêt est verticale, alors on calcule l'interpolation 1D dans la direction verticale pour chaque colonne.

Sinon on utilise les pixels interpolés obtenues par l'interpolation bi-cubique qui utilise le noyau de Kernel.

Si nous reprenons la figure avec les points p_1 à p_9 qui seront remplacés par x_1 à x_9 .

On peut maintenant écrire que :

$y_3 = ax_3^3 + bx_3^2 + cx_3 + d$ avec a, b, c, d sont des coefficients d'estimation de pixel non connu.

Les quatre pixels non-connus doivent être trouvés par un système linéaire 4x4 utilisant :

$$y_i = ax_i^3 + bx_i^2 + cx_i + d \text{ pour } i = 1 \text{ à } 5.$$

III) Restauration base sur les interpolations :

Il y a certaine méthode d'interpolation qu'il crée des artefacts, floues, escalier. Il faut pour cela trouver des moyens pour corriger ces problèmes. Il existe plusieurs techniques le POCS, isophote-based interpolation, ...

Je vais étudier ici une méthode basée sur les courbes montrées par l'article de Morse et Schwartzward en 1998.

On s'intéresse avec cette méthode à enlever les artefacts et le floue dans l'image interpolé. On introduit un schéma de principe de correction des artefacts comme la **figure 95**.

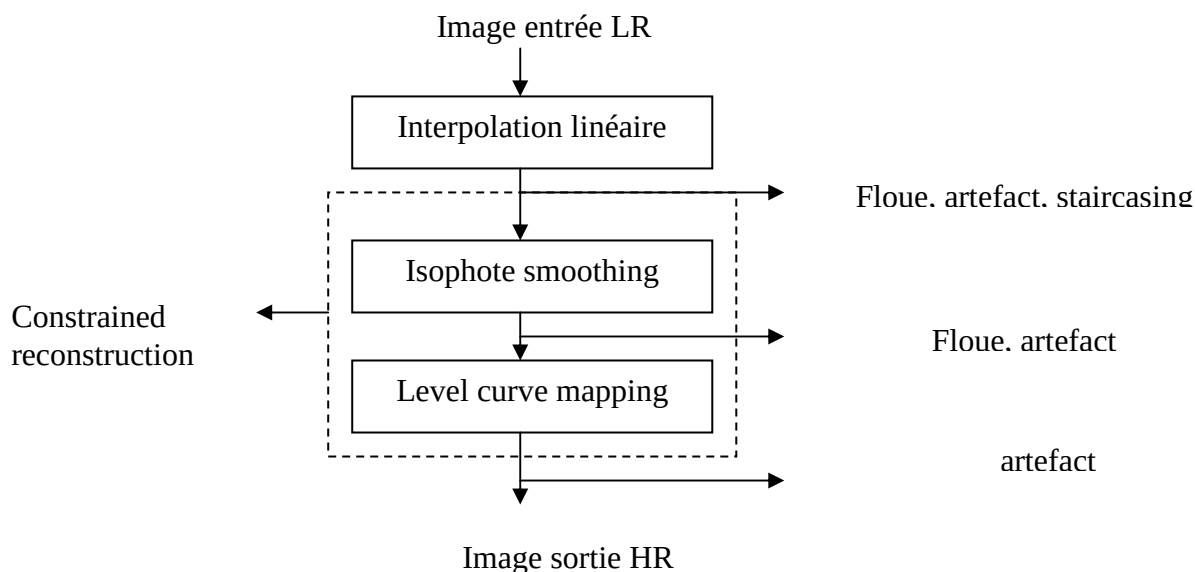


Figure 97 : Schéma de la méthode Isophote

Isophote smoothing est le niveau de correction des courbures qui supprime localement les marches dans l'image. On peut établir dans un premier temps l'équation partielle différentielle suivante :

$$f_t(x) = -w(x)\tau(x)\Psi(\kappa(x))\|\nabla f(x)\|_2$$

avec w, τ et Ψ sont l'interpolation, le point d'inflexion, la contrainte topologique de la fonction et la norme du gradient donnée par :

$$\|\nabla f(x)\|_2 = \sqrt{f_x(x)^2 + f_y(x)^2}$$

avec f_x et f_y la dérivée de l'image en respectant x et y . L'évolution du niveau d'intensité de la courbure en temps est notée $f_t(x)$. La topologie contrainte est une fonction spatiale curviligne

κ de niveaux de courbure par $f_t(x)$. Nous devons calculer localement la dérivée du niveau d'intensité :

$$\kappa(x) = \left[\text{div}(\nabla f / \|\nabla f\|_2) \right](x) \\ = \frac{f_x(x)^2 f_{yy}(x) - 2 f_x(x) f_y(x) f_{xy}(x) + f_y(x)^2 f_{xx}(x)}{(f_x(x)^2 + f_y(x)^2)^{3/2}}$$

Contrainte interpolation :

Nous préservons les pixels entrées (ou aussi appelé locale image) par définition de la fonction de contrainte ω inversement proportionnelle à la distance du pixel courant de position $x = (x,y)$ et le proche voisin locale :

$$\omega(x) = 1 - \sqrt{(1 - \Delta x)^2 + (1 - \Delta y)^2}$$

Avec Δx et Δy qui sont l'offset horizontal et vertical entre les coordonnées des courants pixels et des pixels proches voisins de l'image.

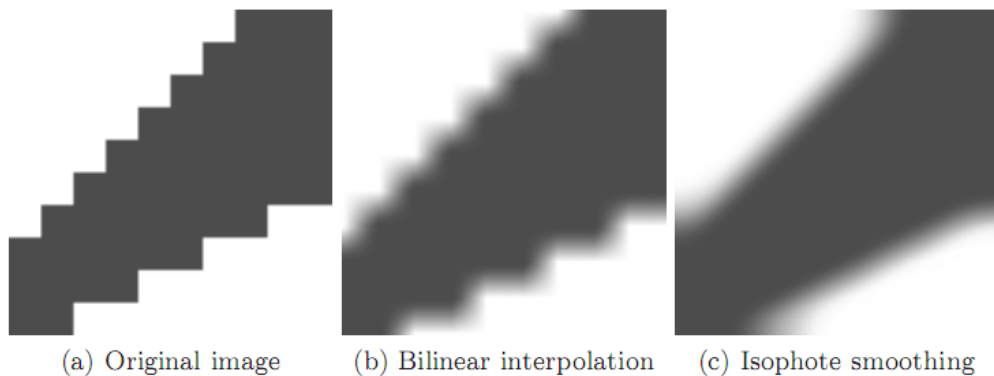


Figure 98 : comparaison des méthodes d'interpolation sur les marches de l'image (a)

MAD : Maximum absolute difference

Le MAD vient du mean difference.

L'explication en détail de cette méthode de vérification de l'image se trouve dans l'article [34].

IV) Pyramide Laplacienne :

La pyramide Laplacienne est inventée par Burt et Adelson. Elle est définie par le schéma de base de la figure

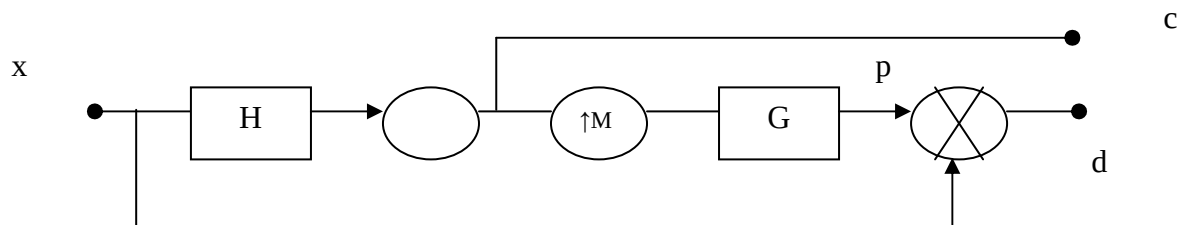


Figure 99 : Le schéma laplacien : Analyse : en sortie sont une approximation c et une différence d entre le signal original et prédiction. Le processus doit être itératif par décomposition.

Soit un signal échantillonné de période T:

$$s_k = s(kT)$$

Soit un filtre h dont la TFD est essentiellement concentré dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

Le signal filtré par h a une TFD essentiellement concentrée dans le même intervalle et donc, par application du théorème d'échantillonnage, on pense pouvoir sous-échantillonner par un facteur 2.

$$s_n^1 = \sum_k h_{2n-k} s_k^0 \text{ avec } s_n^0 = s_n$$

Alors une version de passe-bas ou « lissée » du signal à une résolution 2 fois plus petites (un échantillon sur deux).

On peut maintenant itérer cette opération afin de générer une succession d'approximations à résolution de plus en plus basse.

$$\begin{aligned} s_n^2 &= \sum_k h_{2n-k} s_k^1 \\ s_n^j &= \sum_k h_{2n-k} s_k^{j-1} \end{aligned} \quad \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{Résolution de plus en plus basse} \end{array}$$

Pour passer d'une résolution à l'autre, il faut d'abord réaliser un sur-échantillonnage, c'est-à-dire insérer des zéros entre chaque éléments. Ensuite on filtre pour interpoler entre les coefficients :

$$\begin{array}{c} \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \quad \xrightarrow{2} \quad \uparrow \quad \circ \quad \uparrow \quad \circ \quad \uparrow \quad \circ \quad \uparrow \quad \xrightarrow{*g} \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ \tilde{s}_n^{j-1} = \sum_k g_{2k-n} s_k^j \quad \quad d_n^k = s_k^{j-1} - \tilde{s}_k^{j-1} \end{array}$$

Ainsi, nous obtenons une reconstruction parfaite du signal à partir de l'approximation à la plus basse résolution :

$$s_k^0 = s_k^J + \sum_{j=1}^J d_k^j$$

La pyramide Laplacienne est une représentation redondante, car il y a plus d'échantillons dans la pyramide que dans le signal de départ. Pour un signal de longueur N et J niveaux de décomposition on aura :

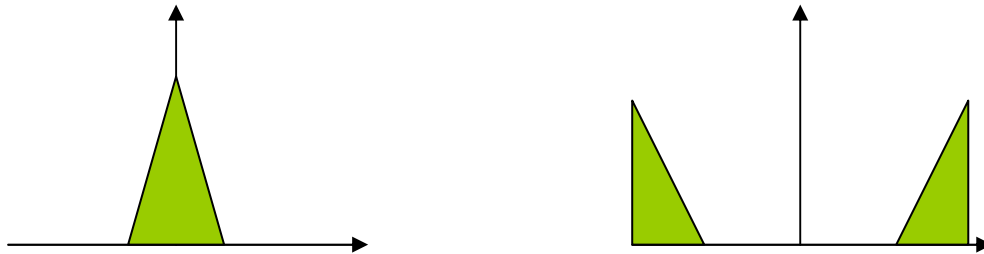
$$N + \frac{N}{2} + \frac{N}{4} + \dots + \frac{N}{2^{J-1}} + \frac{N}{2^J} = 2N(1 - 2^{1-J}) \leq 2N$$

Enfin l'algorithme de décomposition est de complexité linéaire en nombre d'échantillons du signal, ce qui est fort intéressant.

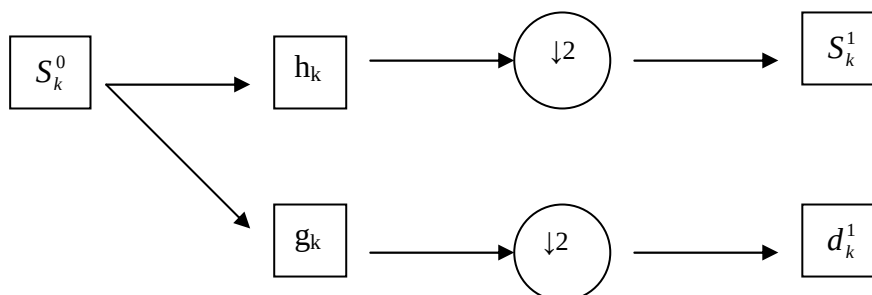
Il est possible d'effectuer une décomposition en sous-bande.

Dans la pyramide Laplacienne, on perd toutes les hautes fréquences quand on passe d'une résolution à une autre, ce qui oblige de les encoder dans les détails.

- On pourrait décomposer le signal en deux sous-bandes : basses fréquences (basse résolution) et hautes fréquences et tenter ensuite de recombinaison les deux sous-bandes en une reconstruction parfaite.
- Pour cela, nous en déduisons deux filtres : un passe-bas h et un passe-haut g .



On filtre au moyen de h et g et on sous-échantillonne chaque composante par un facteur 2.



L'utilisation de l'opérateur de sous-échantillonnage induit de l'aliasing sur les deux composantes à la sortie du diagramme précédent.

Dans le domaine des Z , sur et sous-échantillonnage donnent :

$$H_d(z) = \frac{1}{2} [H(z^{1/2}) + H(-z^{1/2})]$$

$$H_u(Z) = H(z^2)$$

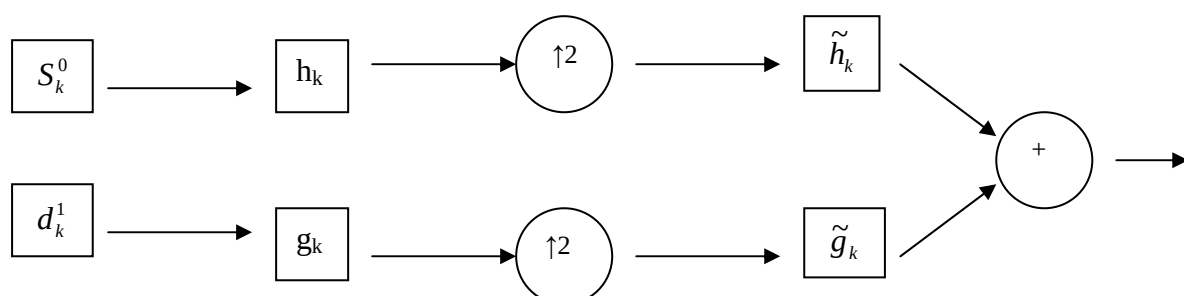
A la sortie du diagramme de décomposition, soit :

$$s^1(z) = \frac{1}{2} [S(z_{1/2})H(z^{1/2}) + S(-z^{1/2})H(-z^{1/2})]$$

$$D^1(z) = \frac{1}{2} [S(z_{1/2})G(z^{1/2}) + S(-z^{1/2})G(-z^{1/2})]$$

Ce qui fait apparaître des termes d'aliasing.

Pour reconstruire le signal, on va sur-échantillonner, filtrer pour supprimer l'aliasing et sommer les deux composantes :



Maintenant, nous allons approfondir l'étude :

La décomposition en pyramide Laplacienne est définie par la différence pixel à pixel entre l'image de la résolution 2^j et l'image de la résolution 2^{j+1} . Elle s'écrit :

$$L_i(i,j) = G_i(i,j) - G_{i+1}(i,j)$$

Où $G_{i+1}(i,j)$ est la forme expansée de l'image de résolution 2^{j+1} .

Les éléments d'une pyramide Laplacienne sont obtenus en faisant la différence, pixel à pixel, entre une image représentée à une résolution donnée et la même image représentée à la résolution immédiatement inférieure et expansée. Les approximations du signal aux résolutions 2^j et 2^{j+1} correspondent à leur projection respective sur les espaces V_2^j et V_2^{j+1} . Il en résulte que le signal de détail à la résolution 2^j , correspond à la projection orthogonale du signal original sur l'espace complémentaire orthogonal à V_2^j dans V_2^{j+1} .

Soit C_2^j cet espace, on peut alors écrire :

$$C_2^j \text{ est orthogonal à } V_2^j.$$

$$C_2^j \otimes V_2^j = V_2^{j+1}$$

Si $\Psi(x)$ est une fonction échelle, et $H(\omega)$ le filtre conjugué associé, alors il est possible de bâtir une fonction $\Psi(x)$ dont la transformée de Fourier $\Psi(\omega)$ est donné par :

$$\psi(\omega) = G\left(\frac{\omega}{2}\right) \cdot \phi\left(\frac{\omega}{2}\right) \text{ avec } G(\omega) = \exp(-i\omega), H^\phi(\omega + \pi)$$

Soit :

$$\psi_{2^l}(x) = 2^l \psi(2^l x) \text{ La dilatation et la multiplication de } \Psi(x) \text{ par } 2^l.$$

Il est aussi dit dans la littérature qu'il existe des pyramides passe-bande laplaciennes. Elles sont basées sur une transformée multi-échelle linéaire définie sur une grille dyadique (signifie le découpage des pixels dans l'image). Ceci implique que les échelles y grandissent par un facteur de 2 à chaque dimension. Cette grille permet de calculer les coefficients d'une transformée de type ondelettes à différentes échelles par récurrence d'une échelle à l'autre à partir de filtre élémentaires. On constate que dans la pyramide laplacienne, il y a plus d'échantillons que dans le signal de départ.

Nous allons nous intéresser à l'algorithme pour l'interpolation contourlet dans la pyramide. Les réacteurs de cette méthode ont utilisé un filtre orthogonal de type de Meyer⁶[53].

V) Covariance :

Définition : On appelle covariance un nombre permettant d'évaluer le sens de variation de deux variables, et par là, de qualifier l'indépendance de ces variables. Deux variables ayant une covariance non nulle sont dites indépendantes. Cependant, elles ne sont pas corrélées: la corrélation est une relation linéaire, or le poids ne varie généralement pas proportionnellement à la taille.

En théorie des probabilités et en statistique, on nomme covariance de deux variables aléatoires réelles X et Y la valeur : $\text{cov}(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$

⁶ Vient des ondelettes de Meyer. Le but de cette ondelette est de lisser l'ondelette sinc.

Avec E qui désigne l'espérance mathématique.

On la note comme suivant dans la littérature :

$$\text{cov}(X, Y) \equiv \sigma_{XY}$$

Notion de lien entre deux variables :

Soient X_1 et X_2 deux telles variables. Deux situations extrêmes peuvent se rencontrer :

1. Il n'existe aucun lien entre X_1 et X_2 . La connaissance de la valeur prise par X_1 n'apporte aucune information permettant de réduire l'incertitude sur la valeur que va prendre X_2 . Nous disons que X_1 et X_2 sont deux variables indépendantes.
2. Il existe entre X_1 et X_2 un lien si fort qu'il est en fait fonctionnel. Il existe une fonction complètement déterministe $y = f(x)$ telle que:

$$X_2 = f(X_1)$$

Alors, connaître la valeur prise par X_1 permet de connaître sans aucune incertitude la valeur prise X_2 .

Définition de la covariance :

Si X_1 et X_2 sont fortement liés par un lien positif, on pourrait penser définir la covariance en développant:

- Quand X_1 prend une valeur positive, alors X_2 prend vraisemblablement aussi une valeur positive.

- Quand X_1 prend une valeur négative, alors X_2 prend vraisemblablement aussi une valeur négative.

Cette idée ne convient pas, car nous voulons que la Covariance reste inchangée quand les distributions de probabilité des variables sont translatées par des quantités arbitraires. Au lieu de mesurer X_1 et X_2 à partir de 0, nous allons donc les mesurer à partir de références qui se translatent en même temps que les distributions, par exemple leurs moyennes μ_1 et μ_2 . Notre idée originale devient maintenant:

- Quand $(X_1 - \mu_1)$ prend une valeur positive, alors $(X_2 - \mu_2)$ prend vraisemblablement aussi une valeur positive.

- Quand $(X_1 - \mu_1)$ prend une valeur négative, alors $(X_2 - \mu_2)$ prend vraisemblablement aussi une valeur négative.

Ainsi, si X_1 et X_2 sont fortement (positivement) liées, les quantités $(X_1 - \mu_1)$ et $(X_2 - \mu_2)$ seront souvent:

* Simultanément positives ou Simultanément négative

Le produit $(X_1 - \mu_1).(X_2 - \mu_2)$ est une variable aléatoire, et nous voulons un nombre fixe. Mais une variable qui passe le plus clair de son temps à prendre des valeurs positives a

vraisemblance une espérance positive. Nous considérons donc l'espérance du produit $(X_1 - \mu_1).(X_2 - \mu_2)$, que nous appellerons Covariance de X_1 et X_2 .

On écrit que :

$$\text{Cov}(X_1, X_2) = E[(X_1 - \mu_1).(X_2 - \mu_2)]$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E[XY] - E[X].E[Y]$$

Valeur absolue de la covariance:

- Une valeur fortement positive de la Covariance est une indication que $(X_1 - \mu_1)$ et $(X_2 - \mu_2)$ prennent souvent des grands valeurs positives ou de grandes valeurs négatives simultanément, un argument en faveur d'un lien (positif) fort entre les variables.
- Alors qu'une de la covariance proche de 0 montre qu'une des variables sera vraisemblablement proche de sa moyenne quand l'autre prendra des valeurs élevées (positives ou négatives).

Donc une valeur positive importante de la Covariance est un bon détecteur d'un lien fort entre deux valeurs aléatoires. On montre alors que ce lien est alors nécessairement linéaire.

À l'inverse, quelle conclusion peut-on tirer d'une valeur de la Covariance proche de 0?

Dans le cas général, aucune :

- La covariance peut être faible parce que le lien entre les variables est effectivement faible.

- Mais elle peut être faible parce que le lien entre les variables est non-linéaire. Il peut alors être très fort, et pourtant conduire à une faible valeur de la Covariance.

Propriétés :

Par analogie avec le théorème de König-Huyghens pour la variance :

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Si X et Y sont indépendants, alors

$$\text{Cov}(X, Y) = 0$$

On peut noter comme relation :

$$\text{Cov}(X, X) = \text{var}(X)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = \text{cov}(Y, X)$$

$$\text{Cov}(cX, Y) = c \text{cov}(X, Y) \text{ si } c \text{ est une constante}$$

$\text{Cov}(X|c, Y) = \text{cov}(X, Y)$ si c est une constante

On peut établir la relation de la bilinéarité de la covariance :

$$\text{cov}\left(\sum_i X_i, \sum_j Y_j\right) = \sum_i \sum_j \text{cov}(X_i, Y_j)$$

Le corollaire est écrit comme la structure d'une identité remarquable $(x, y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

$$\text{Var}(X+Y) = \text{var}(X) + 2\text{cov}(X, Y) + \text{var}(Y)$$

La formule générale est la suivante :

$$\text{var}\left(\sum_{i=1}^n X_i\right) = \sum_{i=1}^n \text{var}(X_i) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{cov}(X_i, X_j)$$

On peut établir une estimation de la covariance $\text{cov}(AB) \equiv \sigma_{AB}$ de deux variables aléatoires A et B observées conjointement N fois qui est donné par :

$$\hat{\sigma}_{AB} = \frac{\sum a_i b_i}{N} - \frac{\sum a_i}{N} \cdot \frac{\sum b_i}{N}$$

Le théorème de König-Huyghens signifie qu'en statistiques et en théorie des probabilités, ce théorème de König-Huygens est une identité remarquable reliant la variance et la moyenne.

Toute variable aléatoire réelle X , est égale à la définition:

$$\text{Var}(X) \equiv E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - E[X]^2$$

Si nous faisons la généralisation, on peut écrire cette formule :

La
$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - a)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 + (\bar{X} - a)^2$$
 Matrice de covariance :
matrice de variance-covariance (ou simplement **matrice de variance**) d'un vecteur de k variables aléatoires $\vec{X}$ est la matrice carrée.

Définition informelle :

Soit $x = \{X_1, X_2, \dots, X_p\}$ un vecteur aléatoire de vecteur moyen $\mu = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p\}$.

- ✓ La dispersion de chacune des X_i autour de sa moyenne est mesurée par sa variance. Rappelons que la variance d'une variable aléatoire est identique à la covariance de cette variable avec elle-même.
- ✓ La covariance $\text{Cov}(X_i, X_j)$ de la paire $\{X_i, X_j\}$ est une mesure du couplage linéaire entre ces deux variables.

Ces grandeurs (en association avec le vecteur moyen) définissent complètement la structure de la distribution de probabilité conjointe de $\{X_1, X_2, \dots, X_p\}$ jusqu'à l'ordre 2, de même que la moyenne et la variance d'une variable aléatoire définissent complètement sa distribution jusqu'à l'ordre 2.

Il est habituel de regrouper ces nombres dans un tableau carré appelé Matrice de Covariance de la distribution selon le schéma suivant :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \dots & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \sigma_{1n} & \dots & \dots & \sigma_{pp} \end{pmatrix}$$

Une matrice de covariance est souvent notée Σ .

- ✓ σ_{ij} est la covariance de X_i et X_j .
- ✓ σ_{ii} est la covariance de X_i avec elle-même, et sa variance σ_i^2 . Les éléments diagonaux d'une matrice de covariance sont donc les variances des variables composant le vecteur aléatoire.

Définition formelle :

De même que la variance d'une valeur aléatoire X est définie par :

$$\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2]$$

La matrice de covariance d'un vecteur aléatoire est définie de façon formelle par :

$$\Sigma = E[(x - \mu)(x - \mu)']$$

Dont on vérifie facilement l'équivalence avec la définition informelle donnée ci-dessus :

Soit $\text{Var}(X) = E[X^2] - E[X]^2$ pour une variable aléatoire, on vérifie aisément que pour un vecteur aléatoire x : $\Sigma = E[xx'] - \mu\mu'$

Matrice de covariance empirique :

Nous avons défini la matrice de covariance d'une distribution multivariée. Mais la même définition s'applique à un échantillon issu de cette distribution. Les termes « variance » et « covariance » doivent simplement être remplacés par « variance empirique » et « covariance empirique ». La matrice ainsi obtenue est alors appelée « matrice de covariance empirique » ou « matrice de covariance de l'échantillon ».

Soit X la matrice d'un échantillon centré de taille n :

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & \dots & x_{1p} \\ \vdots & & & \vdots \\ x_{n1} & \dots & \dots & x_{np} \end{pmatrix}$$

- ✓ Le premier tirage depuis la distribution a fourni une première réalisation du vecteur aléatoire dont les coordonnées constituent la première ligne de X .
- ✓ Le deuxième tirage depuis la distribution a fourni une deuxième réalisation du vecteur aléatoire dont les coordonnées constituent la seconde ligne de X .
- ✓ ...

Et on effectue n tirages, de sorte que nous avons un échantillon de taille n .

On voit alors aisément que la matrice de covariance empirique Σ est égale à $1/n$ fois le produit de X par sa transposée :

$$X'X = n\Sigma$$

On écrit la matrice généralisée est :

$$\text{var}(\vec{X}) = \text{var} \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{var}(X_1) & \text{cov}(X_1 X_2) & \dots & \text{cov}(X_1 X_k) \\ \text{cov}(X_1 X_2) & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(X_1 X_k) & \dots & \dots & \text{var}(X_k) \end{pmatrix}$$

$$\text{var}(\vec{X}) = \begin{pmatrix} \sigma_{x1}^2 & \sigma_{x1,y2} & \dots & \sigma_{x1,yk} \\ \sigma_{x1,y2} & \ddots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{x1,yk} & \dots & \dots & \sigma_{xk}^2 \end{pmatrix}$$

VI) Artéfact dans les images IRM ⁷:

1) Artéfact Métallique :

Origine : Distorsions locales du champ magnétique par du matériel ferromagnétique dans toutes les directions (*notamment du codage de phase et de fréquence*).

Corps étrangers métalliques: CI si INTRA OCCULAIRES

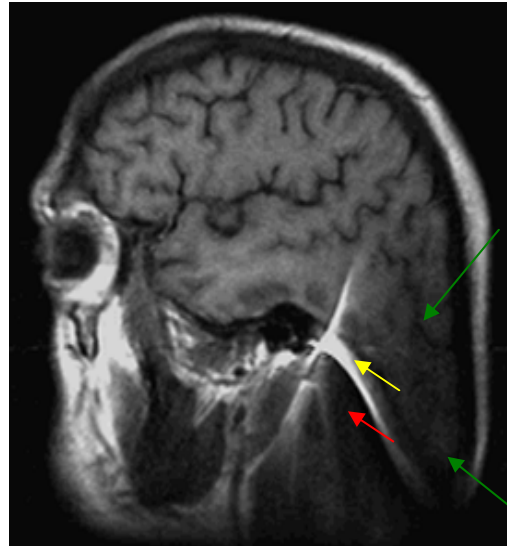
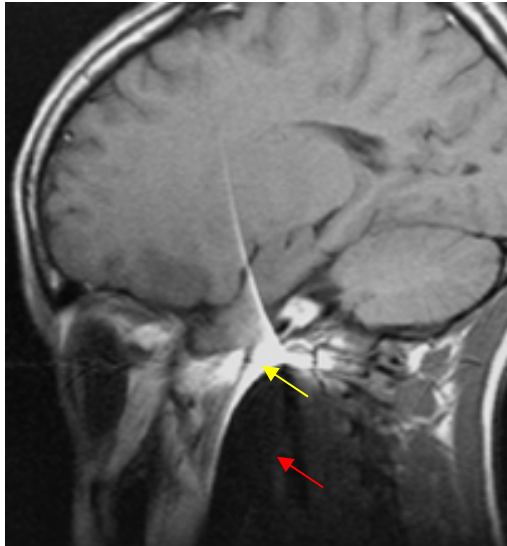
Far à paupières

⁷ D'après le cours de E. Gerardin unité de neuroradiologie CHU Charles Nicolle, Rouen

Clips chirurgicaux et forage intra osseux

Zone qui associée:

- un centre vide de signal /
- un renforcement du signal périphérique /
- et une déformation de l'image /



Conséquences : création d'une zone de vide de signal avec renforcement en périphérie

Cette distorsion augmente:

Avec la taille de l'objet.

L'intensité du champ B0.

Les séquences d'écho de gradient (T2)*

Remèdes :

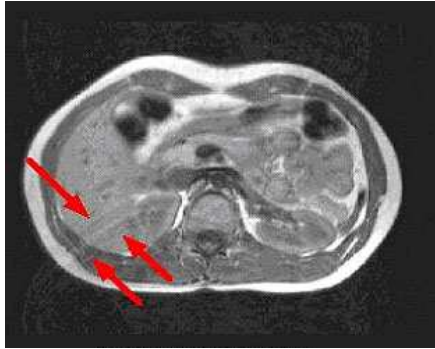
- retirer tout matériel ferromagnétique externe
- faire des séquences en écho de gradient est plus sensibles car l'impulsion de 180° est remplacée par un gradient bipolaire.
- Mise en place de matériel chirurgical non ferromagnétique:
titane, platine, aluminium...

2) Artéfact de Mouvement :

Origine : mouvements de structures pendant l'acquisition de l'image entraînant une erreur de codage spatiale, donc une déformation de l'image

On retrouve:

- ✓ Pour les mouvements aléatoires, un flou de l'image avec un bruit diffus propagé selon la direction du codage de phase.
- ✓ Pour les mouvements périodiques, des images fantômes propagées selon la direction du codage de phase, couvrant l'ensemble de l'image (hors des limites anatomiques).



Mécanisme :

- ✓ Ces artéfacts se propagent principalement le long de la direction du gradient de codage de phase.
- ✓ Le déplacement d'une structure entre 2 TR ou au cours du codage de phase rend incorrect sa localisation dans cette direction :
soit les spins ne sont pas enregistrés à la même position lors de chaque répétition, soit leur phase ne correspond pas à leur position.
- ✓ Par contre, l'échantillonnage en fréquence est si rapide (x ms) que les déplacements liés aux mouvements physiologiques sont:
soit trop limités pour altérer le codage spatial, soit responsables d'un flou dans cette direction.
- ✓ Si le mouvement est périodique (battements cardiaques, pulsations vasculaires ou du LCR, mouvements respiratoires), il va être à l'origine d'images fantômes.
- ✓ Leur intensité ↑↑↑ avec: l'Amplitude du mouvement, l'Intensité du signal.
- ✓ Elles se propagent selon la direction du codage de phase et couvrent l'ensemble de l'image (même en dehors des limites anatomiques).



Conséquences : image floue par dispersion du signal et apparition d'image fantôme dans le sens de la phase

Remèdes :

- séquence rapide
- augmenter le nombre d'excitation et diminution des images fantômes
- gradient de compensation de flux
- pré saturation = suppression du signal dans une zone précise
- sangle abdominale
- inverser phase/fréquence pour épargner une région d'intérêt

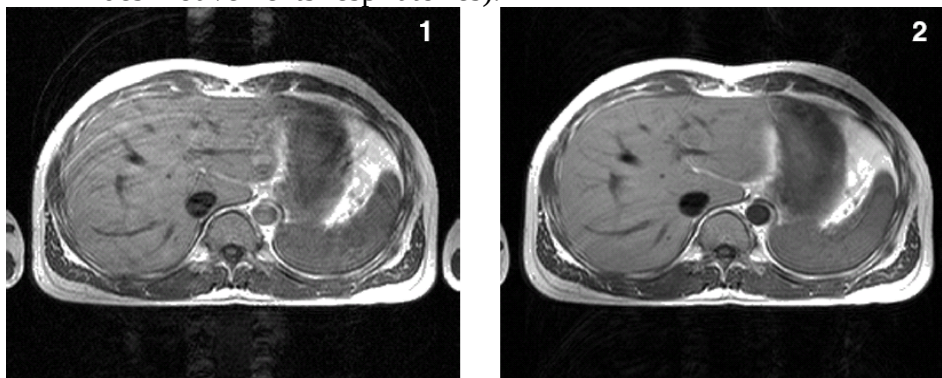
✓ *Diminuer les mouvements des patients:*

Sédation des enfants de 1 à 7 ans

Augmentation contention (abdominale → baisse du péristaltisme).

Réduire la durée des séquences → écho plana

✓ Séquence à temps d'acquisition < 30 secondes → réalisation en apnée (suppression des mouvements respiratoires).

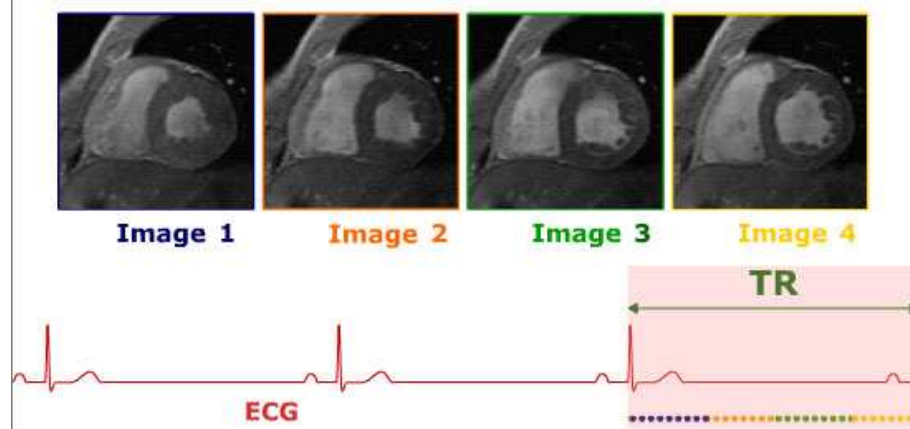


➤ *Synchronisation respiratoire:*

Asservissement du TR à la périodicité du mouvement respiratoire.

Acquisition d'une ligne de l'image à chaque cycle respiratoire

Augmentation du temps d'acquisition.

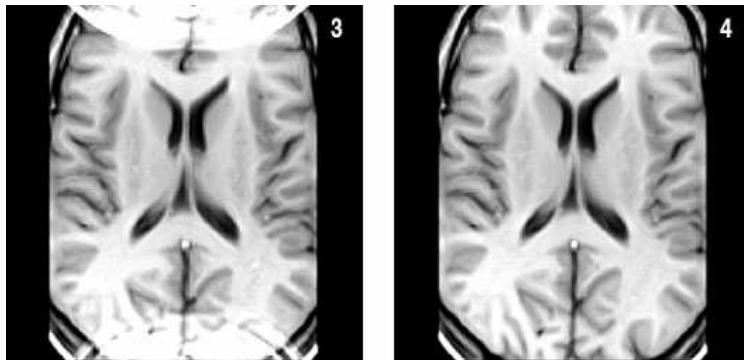


3) Artéfact Aliasing(ou de repliement) :

Origine :

- ✓ Repliement des structures hors champs du côté contralatéral de l'image.
- ✓ Survient dans le sens de la phase et de la fréquence.
- ✓ L'objet à examiner est plus grand que le champ de vue FOV⁸

⁸ Les champs de vue représentant la taille de la zone explorée varient de 1 à 53 cm sur la gamme de 1,5 Tesla généraliste et de 1 à 40 cm pour les IRM 1,5 Tesla dédiée cardiaque par exemple. Leur dimension maximale est principalement déterminée par la dimension des antennes d'émission et de réception. Il est possible de



Mécanisme dans la phase :

- ✓ Pour coder les spins dans le sens de la phase, on applique un gradient de phase qui va de 0° à 360° .
- ✓ Ceci permet de marquer chaque voxel par la phase
- ✓ Si un objet est situé en dehors du champ de vue, il est quand même soumis au gradient de phase et donc déphasé de façon supérieure aux spins dans le FOV

Mécanisme dans la fréquence :

- ✓ Le principe est proche.
- ✓ Tout objet hors du FOV et avec une fréquence supérieure à la fréquence d'échantillonnage est replié dans l'image.

Remèdes :

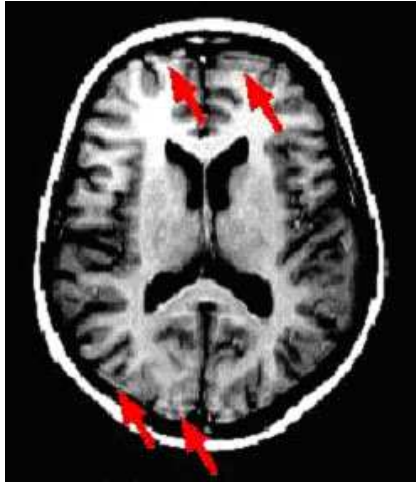
- Disposition d'un filtre passe bas (arrête les hautes fréquences, $F_c > F_n$ (ou $F_e/2$)).
- Augmenter la fréquence d'échantillonnage = réaliser un suréchantillonnage dans le sens du codage de lecture (« over sampling »). Cette solution n'entraînant pas d'augmentation du temps d'acquisition.
- bien orienter les axes de codages de phase/fréquence pour couvrir l'objet en entier
- technique anti-repliement
- élargir le FOV

4) Artéfact de Troncature :

Origine : zone de transition abrupte de signal.

- ✓ Au niveau des interfaces présentant une zone de transition abrupte de signal (Ex: LCR / moelle).
- ✓ Alternance de striations d'intensité faible et élevée parallèle à la zone de variation brutale du signal

sélectionner un champ de vue inférieur en choisissant une fréquence d'échantillonnage du signal permettant de réaliser un zoom. Le champ de vue ou FOV (Field Of View) est un paramètre important pour la réalisation d'image de lieu anatomique excentré, par exemple l'épaule. En effet, la taille du champ vue facilite le travail du manipulateur dans l'acquisition et la qualité du signal.



Mécanisme :

- ✓ Une image anatomique contient un éventail infini de fréquences.
- ✓ En IRM elles sont échantillonnées en utilisant un nombre fini de fréquences.
- ✓ Pour traduire une variation brutale de signal (onde carrée) il faudrait une gamme infinie d'échantillons en phase et fréquence.

Conséquences : multiples bandes d'intensités faibles et élevées parallèles à la zone de variation brutale de signal, dans le sens du codage de phase.

Remèdes :

- ✓ Augmente le nombre d'échantillons $\Rightarrow$ les ondelettes sont plus rapprochées et moins grandes.
- ✓ augmenter la résolution spatiale
- ✓ Utilisation de filtres éliminant les signaux de haute fréquence : plus ou moins efficaces

5) Artéfact de Déplacement chimique :

Origine : différence de résonance des protons de l'eau et de la graisse

Conséquences : déplacement au niveau d'un interface graisse/eau des protons de l'eau et de la graisse, le long du gradient de codage de fréquence

Remèdes :

- séquence pour séparer l'eau et la graisse
- swapper projet l'artéfact dans l'autre sens
- augmenter la bande passante

6) Artéfact de successibilité magnétique :

Origine :

- ✓ Au niveau d'une région où sont juxtaposées 2 structures ayant des susceptibilités magnétiques très différentes (Ex: air / parenchyme, os / parenchyme).
- ✓ Zone vide de signal
- ✓ Distorsion de l'image
- ✓ Création locale d'un gradient de champ magnétique intrinsèque à l'interface entre 2 tissus qui ont des successibilités magnétiques différentes (os/eau, air/eau...)



Air intra-pétreux

Conséquences : création de zone élargies de signal hypodense (cavités, crâne, poumons...)
Artéfact plus prononcés avec des séquences en EG, TE long et de taille de pixel augmenté.

Remèdes :

- écho de spin
- TE court
- Augmenter RS

Différents diaporamas

Interpolation d'images médicales

Oral du 22 septembre 2010

Par Dimitri PIANETA

Maitre de Stage : **C. CAVARO-MENARD**

Je vais vous présenter mon travail de mon stage de fin d'étude sur les interpolations médicales.

Présenter : auteur, le sujet du stage, le lieu, encadrant.

Partie A : Généralité du stage

Partie B : Interpolations

Partie C: Résultats et Conclusions

Prendre plus de temps pour expliquer chaque partie, objectif
Développer

PARTIE A : Généralité du stage

Le laboratoire LISA:

- Equipe modèles et systèmes dynamiques

- Système dynamique et optimisation
- Réalité virtuelle

- Equipe Signal Image

- Signaux et processus complexes
- Imagerie couleur et multi composante
- Imagerie biomédicale

Antenne traitement de l'image

J'ai fait parti du groupe LISA qui est un laboratoire de l'université d'Angers. Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés

Ce groupe est composé de deux domaines d'étude.

Le premier : « Equipe modèles et systèmes dynamiques »

→ Système dynamique et optimisation: étude sur les mécanismes humaines

→ Réalité visuelle: étude des images 3D, de la reproduction de mouvement en 3D, ou de sensation de geste

Le deuxième: « Equipe signal et images »

→ Signaux et processus complexes:

→ Imagerie couleur et multi composante

→ Imagerie biomédicale: trouver des solutions pour améliorer les images médicales (compression, ROI, interpolation, méthode d'évaluation des images...)

- **Lieu du stage:** CHU Angers Pôle Imagerie



J'ai effectué mon stage au CHU d'Angers dans le pôle de l'imagerie.

Dans ce pôle, il est possible de trouver un grand nombre d'appareil pour faire des images médicales, IRM, TEP, échographie.

Ce qui permet d'avoir des images propres au médicale.

Nous allons voir avec un slide le format spécifique à la médecine pour normaliser les images médicales.



Objectif:

- modéliser le processus diagnostique
- définir des protocoles adaptés pour des évaluations subjectives de la qualité diagnostique
- définir des mesures appropriées pour évaluer l'impact d'une technologie sur la qualité diagnostique:
 - compression
 - tatouage
 - écran de visualisation
 - les outils de visualisation (interpolation...)

Le projet Equimox : 77% du montant totale financer par la région des pays de la Loire

Résultats attendus:

- Mise en œuvre d'un système d'expertise qualitatif et quantitatif de la qualité diagnostique d'IRM après tout système générant des modifications de l'image.
- Orienter le choix des techniques les plus judicieuses lors de la mise en œuvre d'un système de visualisation, d'un processus de compression et/ou de tatouage.



- 1 – Etat de l'art des méthodes d'interpolation
 - Recherche d'articles
 - Compréhension des méthodes
 - 2 - Implémentation des méthodes
 - non disponibles sur Matlab ou non mises à disposition par l'auteur
 - 3- Tests
 - Application de ces méthodes à des images d'IRM
 - Evaluation subjective des images interpolées par un radiologue sénior
- Trouver la méthode la plus adaptée à l'IRM et utilisable en routine clinique (temps réel)

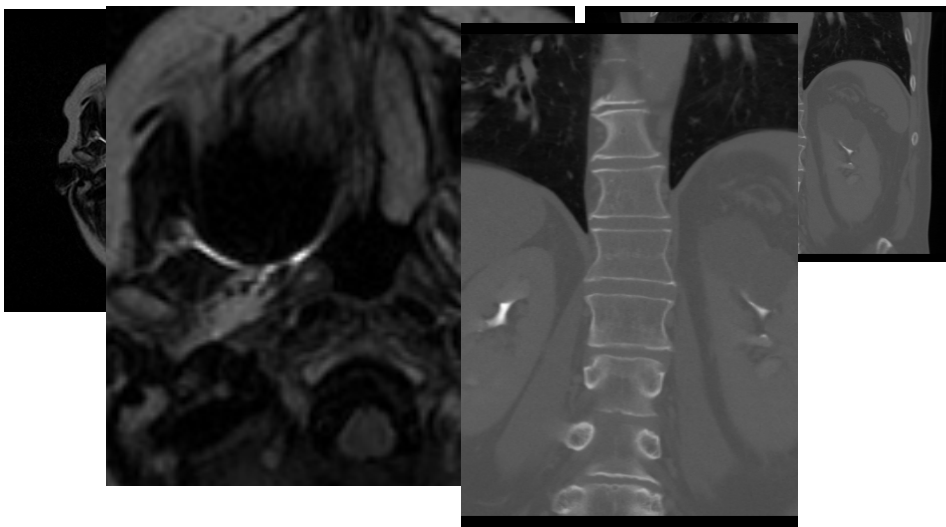
L'objectif de ce stage est de faire le recensement des méthodes d'interpolation pour les images 2D existantes sur le monde de la recherche.

Le but est de trouver la méthode d'interpolation qui demande le moins possible de calcul.

Elle aura pour but de corriger les artefacts dues à l'IRM pour les images étudiés.

Les nouvelles méthodes ne doivent pas rajouter des paramètres qui peuvent gêner le radiologue. (ne pas rajouter de floue, de renforcement de contour,...)

-Diapo Pourquoi les médecins faire du zoom, problématique : influence du zoom sur la qualité diagnostique de l'image



Pour les images IRM ou scanner, nous avons besoin de zoomer l'image pour voir par exemple des zones de tumeur.



- Un pc équipé de Matlab (version 2009) et de la plateforme java (JDK 6)
- Travailler avec des images IRM en format DICOM non compressées
- Utilisation de package (API) spécifique pour:
 - ✓ La lecture Dicom: package DCM (dcm4che2)...

Projet sur les images médicales alors utilisation des images dicom pour les interpolés.

Les images sont de type IRM (modalité dans dicom MR).

Ces images sont en niveau de gris dans une matrice de niveau de gris de 0 à sa valeur maximum d'intensité lumineuse.

Les méthodes d'interpolation ont été développées en langage matlab.

Pourquoi je parle de l'API dicom?

Nous allons voir un peu plus tard l'objectif et une des solutions pour modifier la toolbox de matlab de dicom qui pose quelque fois des problèmes.

Le gros problème de Matlab est de modifier les métadonnées de Dicom et de recalculer le contraste que nous allons voir par la suite.

PARTIE B : Interpolation

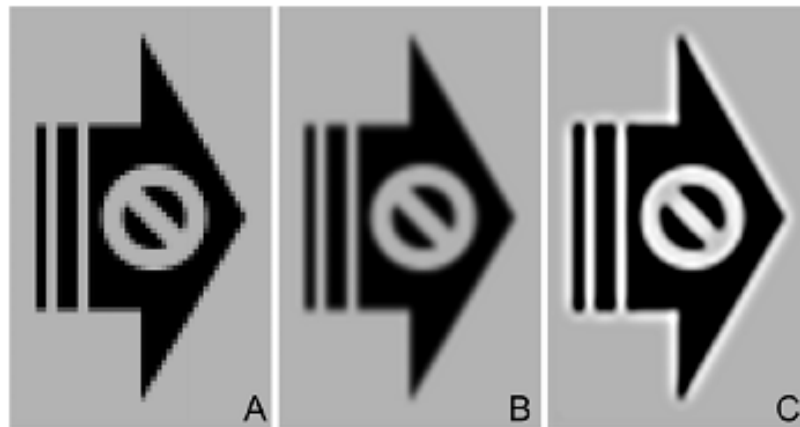


Interpolation = zoom = rajouter des pixels pour agrandir l'image

Conditions à respecter:

- **Invariance de géométrie** : préserver la géométrie des objets de l'image
- **Invariance du contraste** : préserver la luminance des pixels de l'image
- **Pas d'introduction d'artefact** : ne pas rajouter de bruit à l'image originale ou d'artéfacts sur les images
- Préservation des bords
- **Pas d'Aliasing**(contour en marche d'escalier)
- **Préservation de la texture** : ne pas générer de floue ou de région de texture lisse.

Invariance de géométrie: dans une image par exemple nous avons la forme un cercle, nous ne devons pas transformer ce cercle en un carré.



A – Aliasing, B-Flou C- Halo au niveau des contours

A – Aliasing, B-Flou C- Halo au niveau des contours D-artéfact de fréquence →
apparition d'une zone blanche autour des bords



But: agrandir une image de facteur deux

V ₁₁	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₄
V ₂₁	V ₂₂	V ₂₃	V ₂₄
V ₃₁	V ₃₂	V ₃₃	V ₃₄
V ₄₁	V ₄₂	V ₄₃	V ₄₄

Image originale

V ₁₁		V ₁₂		V ₁₃		V ₁₄	
V ₂₁		V ₂₂		V ₂₃		V ₂₄	
V ₃₁		V ₃₂		V ₃₃		V ₃₄	
V ₄₁		V ₄₂		V ₄₃		V ₄₄	

Matrice intermédiaire
de facteur 2

V ₁₁	V ₁₁	V ₁₂	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₃	V ₁₄	V ₁₄
V ₁₁	V ₁₁	V ₁₂	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₃	V ₁₄	V ₁₄
V ₂₁	V ₂₁	V ₂₂	V ₂₂	V ₂₃	V ₂₃	V ₂₄	V ₂₄
V ₂₁	V ₂₁	V ₂₂	V ₂₂	V ₂₃	V ₂₃	V ₂₄	V ₂₄
V ₃₁	V ₃₁	V ₃₂	V ₃₂	V ₃₃	V ₃₃	V ₃₄	V ₃₄
V ₃₁	V ₃₁	V ₃₂	V ₃₂	V ₃₃	V ₃₃	V ₃₄	V ₃₄
V ₄₁	V ₄₁	V ₄₂	V ₄₂	V ₄₃	V ₄₃	V ₄₄	V ₄₄
V ₄₁	V ₄₁	V ₄₂	V ₄₂	V ₄₃	V ₄₃	V ₄₄	V ₄₄

Image finale effectuée
par méthode du
proche voisin

- L'image originale après lecture dicom
- Calcul général des méthodes d'interpolation ici prendre un pixel sur deux pour un zoom de 2. Si le système est i appartenant de 0 à nbre de ligne et idem pour les colonnes
- Pour l'interpolation des proches voisins, nous devons trouver les trois pixels interpolés identiques à v₁₁

→ L'objectif de l'interpolation est de déterminer les pixels non-connu. Nous les appelons l'approximation d'interpolation. Nous devons rechercher les valeurs d'approximation le plus proche à celui de son voisin.

- Image + teste français



Interpolation de convolution d'un signa

$$s(X, Y) = s_s(x, y) * h(x, y)$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_s(x, y) h(x - m, y - n)$$

V ₁₁	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₄
V ₂₁	V ₂₂	V ₂₃	V ₂₄
V ₃₁	V ₃₂	V ₃₃	V ₃₄
V ₄₁	V ₄₂	V ₄₃	V ₄₄

Réponse Impulsionnelle

$$h(x, y) = h(x) \cdot h(y) \quad h(x) = h(-x)$$

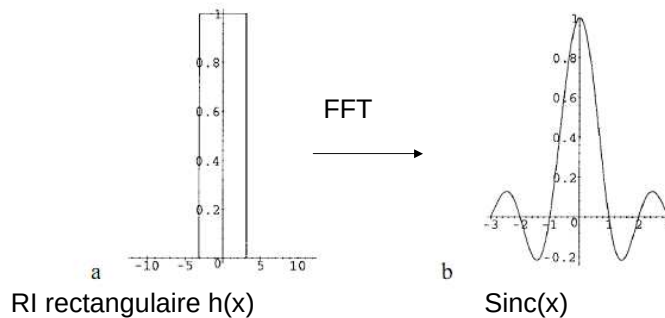
1^{er} formule : La formule est le processus de conversion d'une image continue $s(x, y)$ avec x, y est un réel.

s_s est l'image discrète sur le domaine discret.

2^{ème} formule: Nous avons une image qui doit être interpolée. Pour garder la continuité, il faut que $s_s(x, y) = 0$.

Réponse Impulsionnelle un rectangle $h(x)$:

$$h(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1/2 \\ 1 & \text{si } -1/2 \leq x < 1/2 \\ 0 & \text{si } 1/2 \leq x \end{cases}$$



D'après la formule de continuité de l'interpolation, nous avons vu que la transformation discrète de l'image doit être périodique.

La fonction sinc est capable de reconstruire l'image originale continue de l'image discrète, en utilisation opérateur de convolution. C'est le spectre de Fourier (b) d'un signal rectangulaire est multiplié avec l'image discrète qui sépare les composantes de fréquence de l'image des fréquences de réplication. Reconstruction perfect est seulement possible quand le critère Nyquist est exacte parce que les images sont spatialement finies. Si nous souhaitons faire le calcul avec le sinc. Il est impossible de l'effectuer car tous les points ne sont pas reconstruites. Ce qui implique d'effectuer une approximation de l'interpolation idéale alors nous allons avoir quelque artéfact.



- Méthodes polynomiales
- Méthodes basées sur les contours
- Méthodes basées sur les ondelettes ou contourlets
- Méthodes basées sur la TDF
- Méthodes basées sur les réseaux de neurones
- Autres méthodes

Les principales classes d'étude existent sur les interpolations pour les images 2D.

Mais le réseau de neurone n'a pas été implémenté car elle n'a aucun intérêt dans l'imagerie médicale.

- Méthodes basées sur la DFT
 - « On texture and image interpolation using Markov model » par Shira Nemirovsky, Moshe Porat Laboratoire : Israel 2008

On texture and image interpolation using Markov models

Shira Nemirovsky*, Moshe Porat

Electrical Engineering Department, Technion—Israel Institute of Technology, Haifa 32000, Israel

ARTICLE INFO

Article history:
Received 21 May 2008
Received in revised form
1 November 2008
Accepted 11 November 2008

Keywords:
Markov models
Wide-sense Markov
Autocorrelation function
Sampling
High resolution
Low resolution
Texture interpolation
Fidelity criterion for texture reconstruction
Subjective forced-choice test

ABSTRACT

Markov-type models characterize the correlation among neighboring pixels in an image in many image processing applications. Specifically, a wide-sense Markov model, which is defined in terms of minimum linear mean-square error estimates, is applicable to image restoration, image compression, and texture classification and segmentation. In this work, we address first-order (auto-regressive) wide-sense Markov images with a separable autocorrelation function. We explore the effect of sampling in such images on their statistical features, such as histogram and the autocorrelation function. We show that the first-order wide-sense Markov property is preserved, and use this result to prove that, under mild conditions, the histogram of images that obey this model is invariant under sampling. Furthermore, we develop relations between the statistics of the image and its sampled version, in terms of moments and generating model noise characteristics. Motivated by these results, we propose a new method for texture interpolation, based on an orthogonal decomposition model for textures. In addition, we develop a novel fidelity criterion for texture reconstruction, which is based on the decomposition of an image texture into its deterministic and stochastic components. Experiments with natural texture images, as well as a subjective forced-choice test

- Testée par l'auteur sur des images médicales
- Non implémentée

Les principales classes d'étude existent sur les interpolations pour les images 2D.

Mais le réseau de neurone n'a pas été implémenté car elle n'a aucune intérêt dans l'imagerie médicale.

- Méthodes basées sur les réseaux de neurones
 - Méthodes trop longues en temps de calcul
 - Méthodes non adaptées
- Autres méthodes
 - Saliency-directed image interpolation using swarm particle swarm optimization 2009, Hsuan-Ying Chen et al.
 - Two-Stage Interpolation Algorithm Based on Fuzzy Logics and Edges Features for Image Zooming 2009, Hsiang-Chieh Chen et al.
 - Fuzzy-adapted linear interpolation algorithm for image zooming 2009, Hsien-Chieh Chen et al.
 - Edge-driven Image interpolation using adaptive anisotropic (ARBF) 2008 Kenneth Holmström et al.
 - Reversible Interpolation of Vectorial Images by an Anisotropic Diffusion-Projection 2008, Anastasios Roussos et al.
- Méthodes trop longues

Les principales classes d'étude existent sur les interpolations pour les images 2D.

Mais le réseau de neurone n'a pas été implémenté car elle n'a aucun intérêt dans l'imagerie médicale.

Les méthodes d'interpolation polynômiale



Noyau $h(x)$ d'une fonction d'interpolation polynomiale d'ordre n :

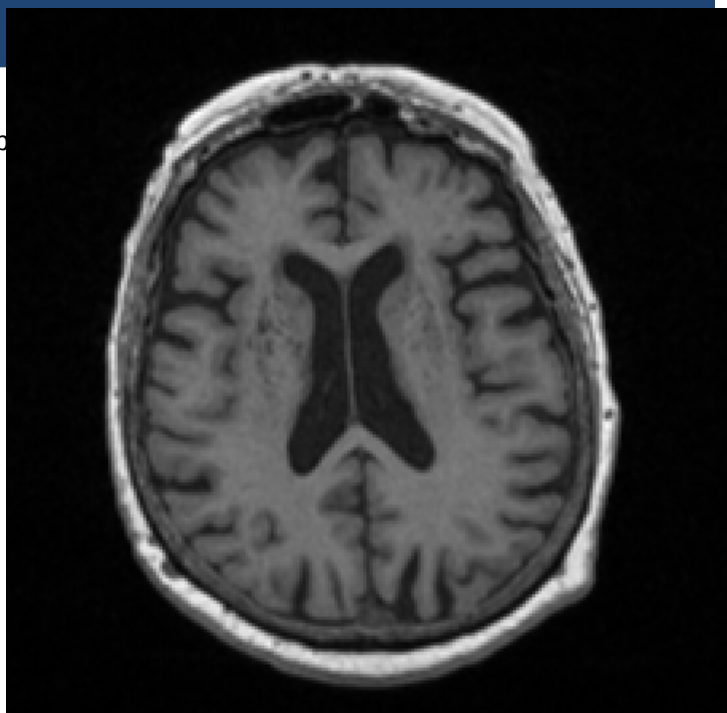
$$h(x) = \begin{cases} a_m |x|^n + \dots + a_i |x| + a_0 & \text{if } i \leq |x| < i+1 \\ 0 & \text{if } m \leq |x| \text{ où } i = 0, 1, \dots, m-1. \end{cases}$$

Pour réduire la complexité de calcul, utilisation d'une fonction d'interpolation à noyaux séparables :

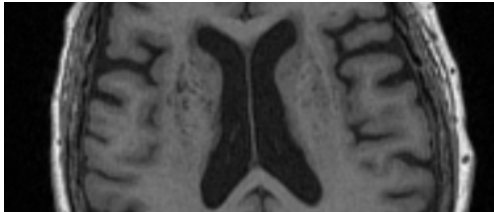
$h(x,y) = h(x) \cdot h(y)$ avec par exemple la fonction h symétrique : $h(x) = h(-x)$

- Interp

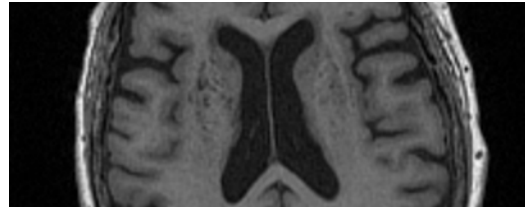
$h(x)$



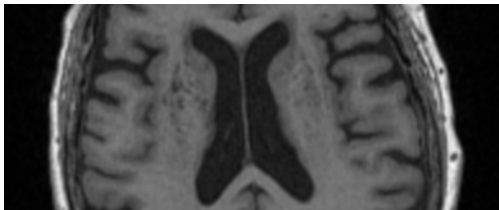
- Interpolation linéaire, cubic, B-spline, Lanczos 2: `IMRESIZE(x,factor)`



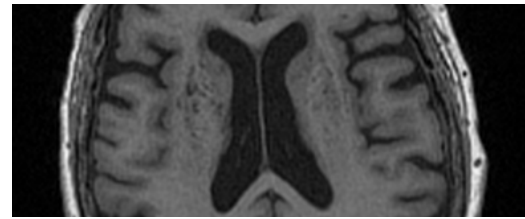
bilinéaire



cubic

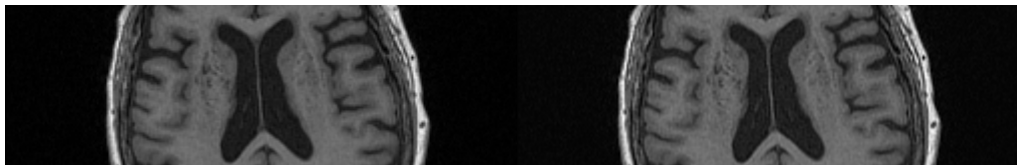


B-spline



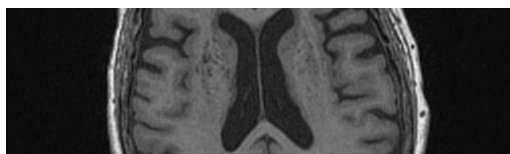
Lanczos 2

- Interpolation de Hammel
interp2



bilinéaire

bicubic



spline



- Interpolation de Lagrange de 3^{ème} ordre :
$$h(x) = \begin{cases} 0.5|x|^3 - |x|^2 - 0.5|x| + 1 & 0 \leq |x| < 1 \\ -1/6|x|^3 + |x|^2 - 11/6|x| + 1 & 1 \leq |x| < 2 \\ 0 & \end{cases}$$

- Interpolation Lanczos 5 :
$$\begin{cases} \sin(\pi/nT)/(\pi/nT) & -nT \leq t \leq nT \\ 0 & \end{cases}$$

- Interpolation MOMS :

$$h(x) = \begin{cases} 0.5|x|^3 + 1/14|x|^2 + 13/21 \text{ si } 0 \leq |x| < 1 \\ -1/6|x|^3 + |x|^2 - 85/42|x| \text{ si } 1 \leq |x| < 2 \\ 0 & \end{cases}$$

- Interpolation Sobolev (labo Israël) : Utilise un noyau exponentiel,
ARE POLYNOMIAL MODELS OPTIMAL FOR IMAGE INTERPOLATION?

Hagai Kirshner and Moshe Porat

Department of Electrical Engineering, Technion-Israel Institute of Technology, Haifa 32000, Israel

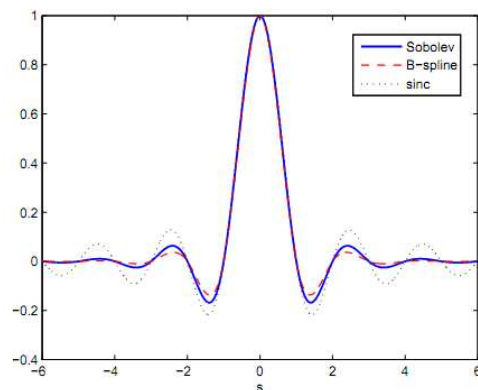
phone: + (972) 4-8293283, fax: + (972) 4-8294709

email: kirshner@tx.technion.ac.il, web: <http://visl.technion.ac.il/kirshner>

phone: + (972) 4-8294684, fax: + (972) 4-8295757

email: mp@ee.technion.ac.il, web: <http://visl.technion.ac.il/mp>

Paru 2008



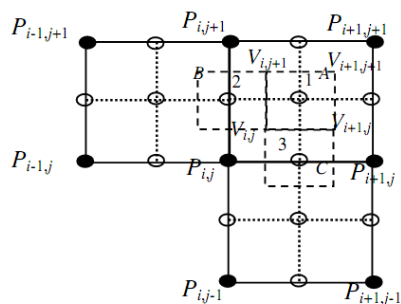
- Bivariate Rational Interpolation : interpolation par intégrales locales, implémentation en cours.

Medical Image Zooming Algorithm Based on Bivariate Rational Interpolation*

Shanshan Gao^{1,2}, Caiming Zhang^{1,2}, Yunfeng Zhang², and Yuanfeng Zhou¹

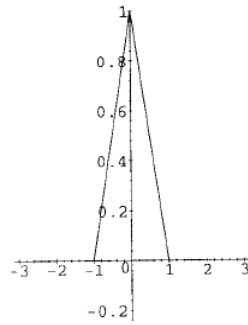
¹ School of Computer Science and Technology, Shandong University, China

² School of Computer Science and Technology, Shandong Economic University, China
gsszxy@yahoo.com.cn, czhang@sdu.edu.cn, qyhjs@163.com,
yffzhou@mail.sdu.edu.cn



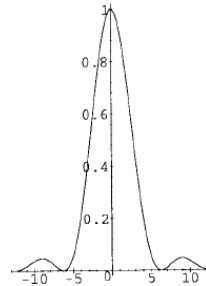
- Méthode simple
- Bon résultat

$$h(x) = \text{tri}(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{si } -1 \leq |x| \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



$h(x)$

$$F(h(x)) = \text{sinc}(x)^2$$



$F(h(x))$

L'extension à 2 dimensions, ou interpolation bilinéaire, consiste à effectuer la moyenne sur les 4 points les plus proches. Si les points de la grille sont équirépartis, cela consiste à appliquer successivement une interpolation linéaire sur les lignes puis sur les colonnes.

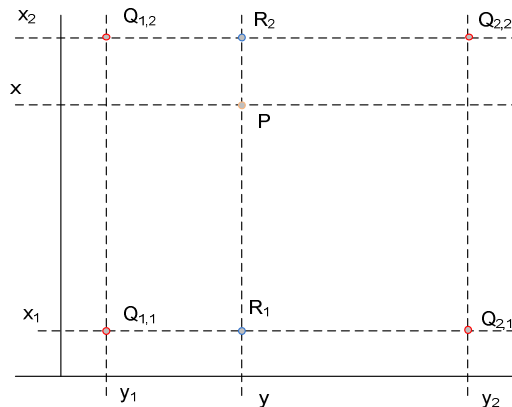
Les valeurs connues de l'image originale sont notées : $Q11(x1,y1)$, $Q12(x1,y2)$, $Q21(x2,y1)$, $Q22(x2,y2)$.

Les deux figures de droite représentent le noyau de Kernel pour l'interpolation bilinéaire :

- Représente la fonction impulsionnelle du filtre bilinéaire alors elle nous donne un signal triangulaire
- La transformée de fourier $\text{sinc}(x)^2$



$R_1(x, y_1)$, $R_2(x, y_2)$ correspondent à des points intermédiaires



$$\hat{s}(R_1) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} s(Q_{1,1}) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} s(Q_{2,1})$$

$$\hat{s}(R_2) \approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} s(Q_{1,2}) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} s(Q_{2,2})$$

Puis interpolation linéaire pour obtenir la valeur cherchée :

$$\hat{s}(P) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \hat{s}(R_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \hat{s}(R_2)$$

Finalement:

$$\hat{s}(x, y) \approx \frac{s(Q_{11})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x)(y_2 - y) + \frac{s(Q_{21})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x - x_1)(y_2 - y) + \frac{s(Q_{12})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x)(y - y_1) + \frac{s(Q_{22})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x - x_1)(y - y_1)$$

L'extension à 2 dimensions, ou interpolation bilinéaire, consiste à effectuer la moyenne sur les 4 points les plus proches. Si les points de la grille sont équirépartis, cela consiste à appliquer successivement une interpolation linéaire sur les lignes puis sur les colonnes.

Les valeurs connues de l'image originale sont notées : $Q_{11}(x_1, y_1)$, $Q_{12}(x_1, y_2)$, $Q_{21}(x_2, y_1)$, $Q_{22}(x_2, y_2)$.

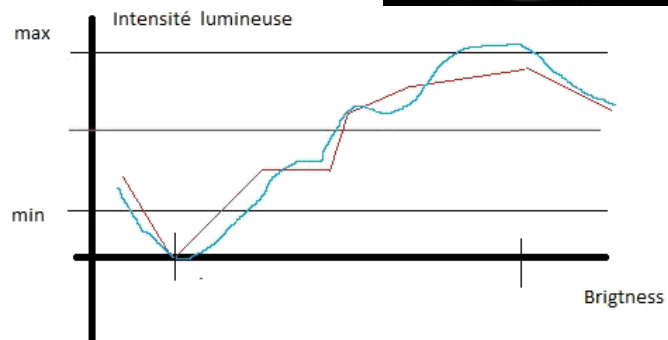
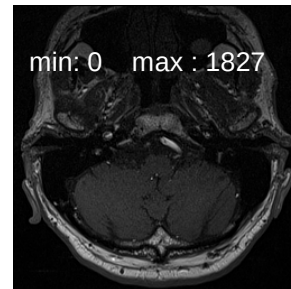
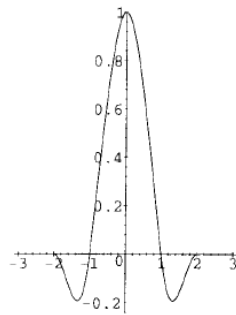
Les deux figures de droite représentent le noyau de Kernel pour l'interpolation bilinéaire :

- Représente la fonction impulsionnelle du filtre bilinéaire alors elle nous donne un signal triangulaire
- La transformée de fourier $\text{sinc}(x)^2/x$

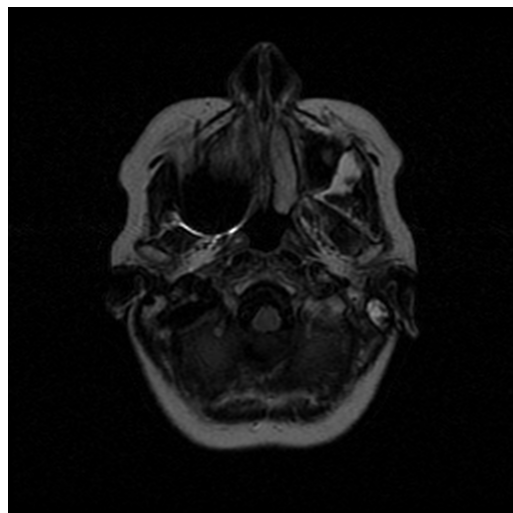
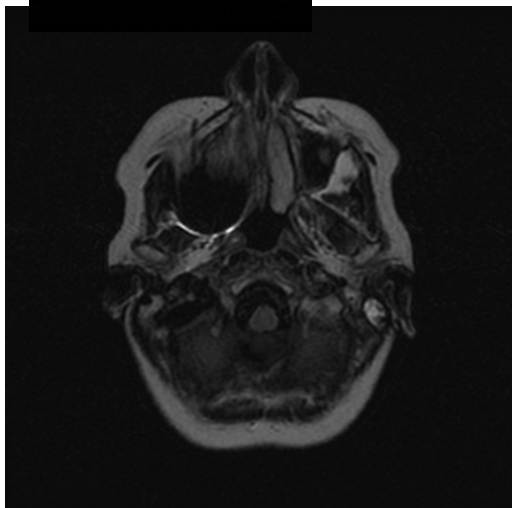
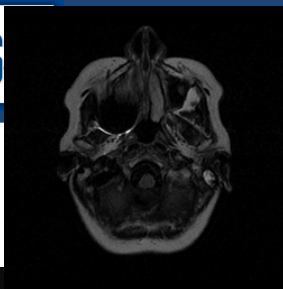
Original image

Sur l'interpolation B-spline cubic

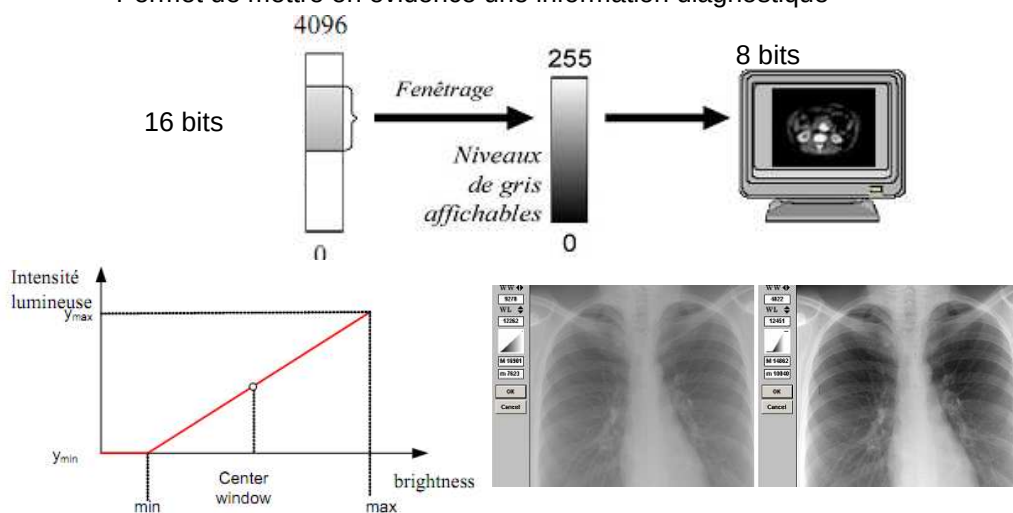
$$h(s) = \begin{cases} \frac{3}{2}|s|^3 - \frac{5}{2}|s|^2 + 1 & \text{si } 0 < |s| < 1 \\ -\frac{1}{2}|s|^3 + \frac{5}{2}|s|^2 - 4|s| + 2 & \text{si } 1 < |s| < 2 \\ 0 & \text{si } 2 < |s| \end{cases}$$



IV) Fenêtrage(2)



- Outil très utilisé en radiologie
- Permet de mettre en évidence une information diagnostique





- **Définition du DICOM:** Digital Imaging Communication in Medecine
- **Création :** par l'ACR et la NEMA dans les années 90.
- **Mise à jour régulière:** par différents comités internationaux .
- **Structure de l'information de Dicom:** développée selon la structure de l'objet.
- **Actuellement :** DICOM3 depuis 1995.

Dans l'imagerie médicale, il y a eu besoin de créer un standard spécifique pour permettre la possibilité de garder les informations sur l'image.

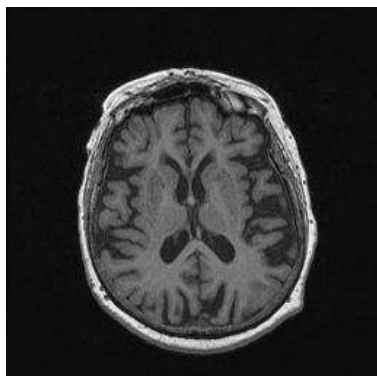
Tous ces règles doivent être sur le PACS pour permettre de transférer l'ensemble des images dans l'international.

Ce standard est appelé D'ICOM, il est constitué de métadonnée (donnent les caractéristiques sur le patient, image...). Ils sont codés dans ASCII donc en binaire.

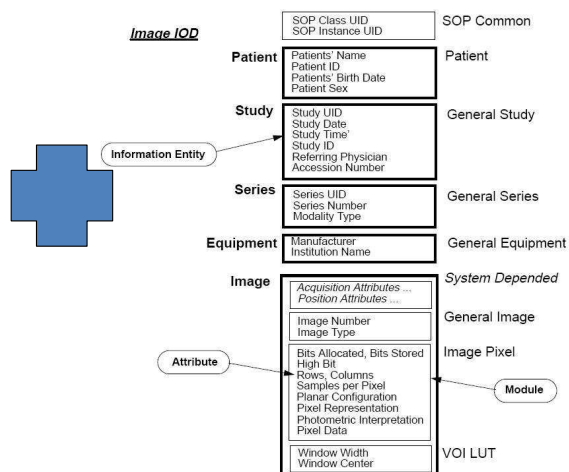
Puis la matrice image qui est codé sur 16 bits.

Ce standard est mis à jour régulièrement par le comité l'ACR et la NEMA. La prochaine conférence à lieu du 9 au 11 octobre 2010 au Brésil.

Image



Métadonnée



Le standard DICOM est basé sur un encodage binaire de ces métadonnées sur les normes ISO actuelles de l'imagerie (JPEG, JPEG2000). Nous appelons métadonnées les informations qui donnent des renseignements de l'image.

Nous allons dans un premier temps voir la structure de l'encodage binaire des métadonnées du standard DICOM.

Les méthodes basées sur les contours

Prend en compte le contexte de l'image.

Différentes techniques:

- covariance
- statistique
- approximation locale par seuil dans une fenêtre carrée
-



Adaptive Pixel Interpolation for Spatial Error Concealment

- Revient à une méthode de réseau de neurones
- Méthode qui corrige les erreurs dans l'image
- Prend du temps dans la recherche des blocs homogènes dans l'image

Adaptive Pixel Interpolation for Spatial Error Concealment

Li Song · Xin Ma

Received: 9 November 2008 / Revised: 22 March 2009 / Accepted: 30 March 2009 / Published online: 27 May 2009
© 2009 Springer Science + Business Media, LLC. Manufactured in The United States

Abstract Error concealment techniques are widely used as efficient ways to recover the lost information at the decoder. This paper proposes an adaptive pixel interpolation technique for spatial error concealment in the block based coding system. For a missing pixel in a corrupted block, its value is derived from four neighborhoods of the block through interpolation using multiple prediction strategy. The weighting rules of these four neighborhood blocks are

efficiency might increase the vulnerability to the transmission errors when multimedia contents are transported over error prone channels. In the past decade, researchers have proposed three kinds of methods to ensure the quality of the transmitted video, i.e., error resilience in encoder, error control in channel and error concealment in receiver [1]. In this paper, we focus on the last method which can recover the corrupted data spatially and/or temporally and thus



Méthodes dont les codes sont disponibles sur internet.

- NEDI : Approximation dans une fenêtre carrée co-variance locale
- ICBI : Approximation de dérivée dans une fenêtre locale
- INEDI: Approximation dans une fenêtre carré et fenêtre circulaire

Etude des codes, rajout de commentaires, étude théorique de la méthodologie



- Edge guided interpolation: Approximation dans une fenêtre carrée avec dérivée et variance statistique
- IEDI: Approximation dans une fenêtre rectangulaire avec covariance locale
- MEDI: Approximation dans une fenêtre carrée, et rectangulaire
- NLedi: Basée sur du contour et de recherche des pixels identiques
- LASA : Estimation dans une fenêtre rectangulaire en utilisant des calculs de distances et de moyennes.
- EOA : Détection et interpolation des aires homogènes puis interpolation de bord



- An improved image interpolation: Utilisation de l'interpolation de newton et de méthode de contour

An improved image interpolation algorithm

Wang Xing-Yuan · Chen Zhi-Feng

Received: 18 July 2008 / Revised: 6 October 2008 / Accepted: 4 December 2008 /
Published online: 19 February 2009
© Springer Science+Business Media, LLC 2009

Abstract The paper sets forth an improved edge-directed image interpolation algorithm with low time complexity which is the combination of Newton's method and edge-directed method. It first partitions images into homogeneous areas and edge areas by setting a preset threshold value based on the local structure characteristics, and then specified algorithms are assigned to interpolate each classified areas, respectively. In this way, it achieves the goals of real-time interpolation and good subjective quality. The interpolated images have higher peak signal noise ratios (PSNR) and better visual effects using proposed method than that of using other algorithms referred to in this paper. Experimental results show that proposed method is highly performed in image interpolation.



- TV(Total Variation Based Interpolation)

Total Variation Based Interpolation.

F. Guichard¹, F. Malgouyres²

(1) Inrets-Dart, 94114 Arcueil cedex, France.

(2) CMLA, ENS Cachan; 61, avenue du Président Wilson; 94 235 Cachan cedex France.

e-mail : fguichar@ceremade.dauphine.fr or malgouy@cmla.ens-cachan.fr



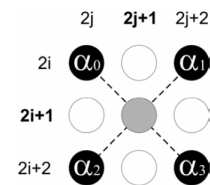
Cette méthode est employée dans de nombreuses méthodes NEDI, ..., LAZA, et l'ensemble des méthodes basées sur le calcul statistique.

→ Le modèle AR : processus aléatoire

But : D'avoir une image Y de Haute Résolution de dimension $2M \times 2N$

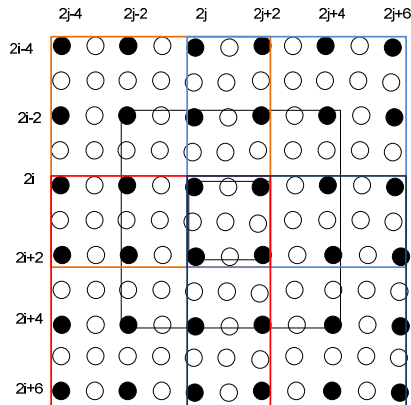
$$\hat{Y}_{2i+1, 2j+1} = \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 \alpha_{2k+1} Y_{2(i+k), 2(j+l)} + n_{2i+1, 2j+1}$$

$$\vec{Y}_{2i+1, 2j+1} = \alpha_0 Y_{2i, 2j} + \alpha_1 Y_{2i, 2j+2} + \alpha_2 Y_{2i+2, 2j} + \alpha_3 Y_{2i+2, 2j+2}$$



X_t est le modèle de reconstruction avec p l'ordre du modèle AR, $[\varphi_1, \dots, \varphi_p]$ sont les paramètres du modèle, c est une constante et ε_t est un bruit blanc.

Il est l'estimation de $Y_{2i+1, 2j+1}$, $Y_{2(i+k), 2(j+l)}$ sont les 8 connections des 4 proches voisins et $n_{2i+1, 2j+1}$ est le bruit dans l'image.



$$\hat{R}_{xx} = C^T C$$

$$\hat{r}_{xx} = C^T \vec{y}$$

où $\vec{y} = [Y_{n-1} \dots Y_{n-M}]^T$ avec $M \times 1$ vecteur de tous les éléments de la fenêtre locale M_n

$$C = \begin{bmatrix} Y_{n-1-1} & \dots & Y_{n-1-N} \\ \vdots & & \vdots \\ Y_{n-M-1} & \dots & Y_{n-M-N} \end{bmatrix}$$

$M \times N$ est une matrice qui a k ème ligne de N voisins en utilisant Y_{n-k}

$$\vec{\alpha} = (C^T C)^{-1} (C^T \vec{y})$$

Les méthodes basées sur les ondelettes et les textures

Ces méthodes sont basées sur différentes techniques ondelette, contourlet, Haar, et sur la technique de restauration de texture.



- Markov Random Field Model-Based Edge-Directed :
Méthode créée pour l'interpolation de vidéo couleur

Markov Random Field Model-Based Edge-Directed Image Interpolation

Min Li and Truong Nguyen
ECE Dept., UC San Diego, La Jolla CA 92093-0407
<http://videoprocessing.ucsd.edu>

Abstract— This paper presents an edge-directed image interpolation algorithm. In the proposed algorithm, the edge directions are implicitly estimated with a statistical-based approach. Consequently, the local edge directions are represented by length-16 vectors, which are denoted as weight vectors. The weight vectors are used to formulate geometric regularity constraint, which is imposed on the interpolated image through the Markov Random

ods are proposed. In this class of methods, the edge directions are not explicitly extracted. However, the interpolation is performed based on implicit edge direction information. Our proposed MRF model-based edge-directed interpolation method (MRF-EDI) is an implicit edge-directed interpolation method. In MRF-EDI, the edge directions of an edge pixel are

Publiée en 2008



- Contourlet : En cours d'implémentation, méthode basée sur la transformée contourlet

Image Interpolation Using Multiscale Geometric Representations

Nickolaus Mueller, Yue Lu and Minh N. Do

Department of Electrical and Computer Engineering
University of Illinois at Urbana-Champaign



- Image Resolution Enhancement via Data-Driven Parametric Models in the Wavelet Space : Calcul de différents paramètres d'erreur et de projection statique → Implémentation en cours

Research Article

Image Resolution Enhancement via Data-Driven Parametric Models in the Wavelet Space

Xin Li

Lane Department of Computer Science and Electrical Engineering, West Virginia University, Morgantown, WV 26506-6109, USA

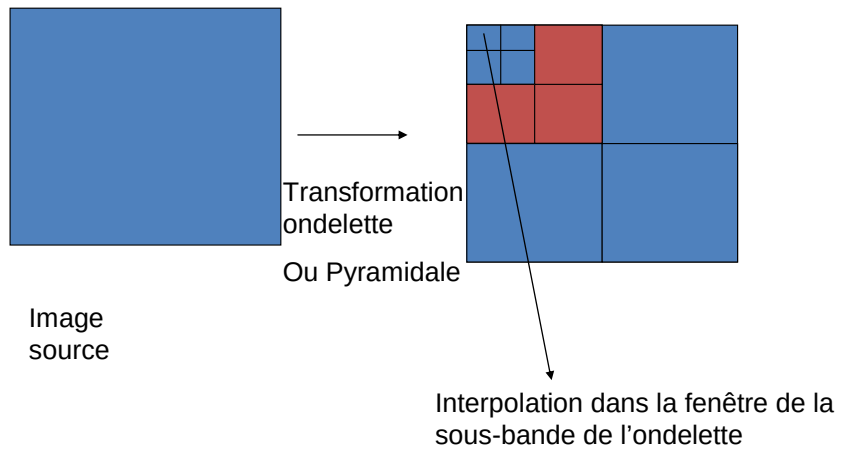
Received 11 August 2006; Revised 29 December 2006; Accepted 9 January 2007

Recommended by James E. Fowler

We present a data-driven, project-based algorithm which enhances image resolution by extrapolating high-band wavelet coefficients. High-resolution images are reconstructed by alternating the projections onto two constraint sets: the observation constraint defined by the given low-resolution image and the prior constraint derived from the training data at the high resolution (HR). Two types of prior constraints are considered: spatially homogeneous constraint suitable for texture images and patch-based inhomogeneous one for generic images. A probabilistic fusion strategy is developed for combining reconstructed HR patches when overlapping (redundancy) is present. It is argued that objective fidelity measure is important to evaluate the performance of resolution enhancement techniques and the role of anti-aliasing filter should be properly addressed. Experimental results are reported to show that our projection-based approach can achieve both good subjective and objective performance especially for the class of texture images.

Copyright © 2007 Xin Li. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

- Directionlet : Basée sur les ondelettes

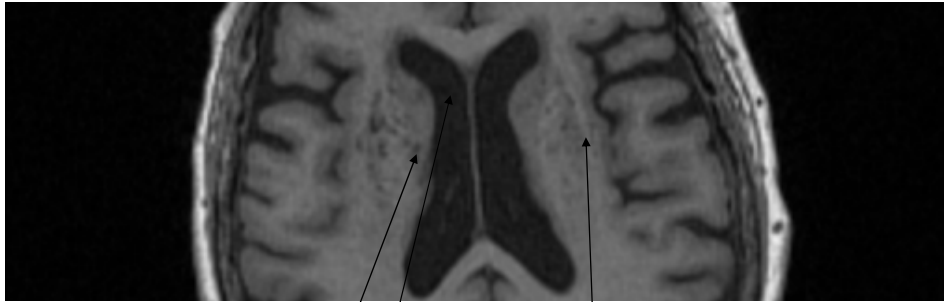


PARTIE C : Résultats et conclusion



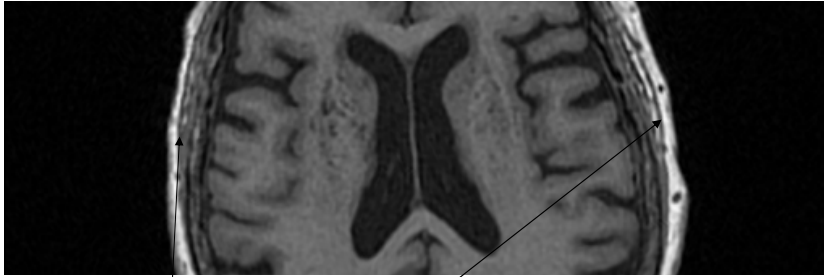
- Trop d'artéfact sur les contours
- Contours en marche d'escalier

→ **Pas adaptée pour l'IRM**



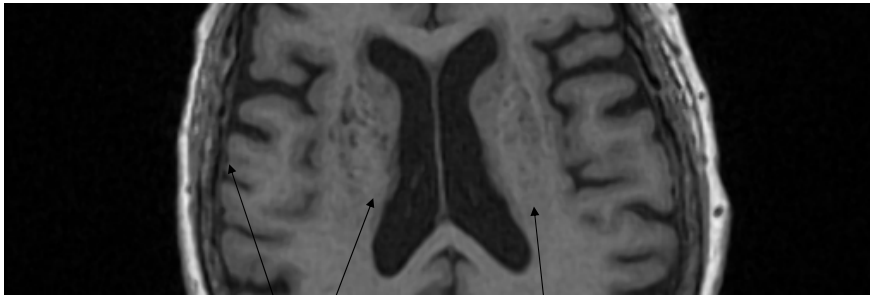
- Avantage de débruiter les zones homogènes,
- Bords nets pour toutes les zones anatomiques

→ **Adaptée pour l'IRM**



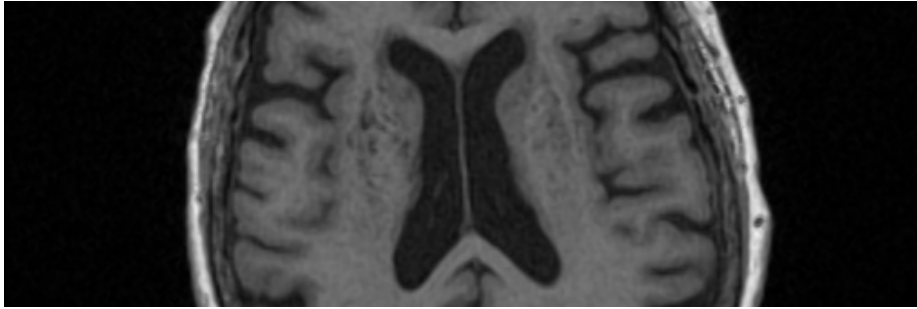
- Bords sans pixellisation,
- Rend très net des détails linéaires,
- Tendance à bruite les plages homogènes

→ **Adaptée pour l'IRM**



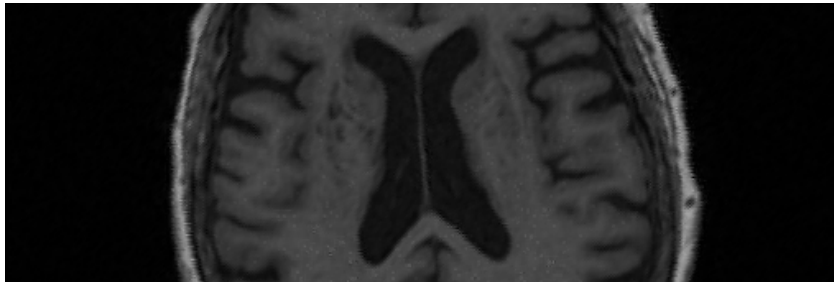
- Rajoute une ligne noire entre la substance blanche et la substance grise.
- La texture dite lavée, artificielle (comme un logiciel de dessin) surtout dans les zones de très forte intensité.

→ **Pas adaptée pour l'IRM**



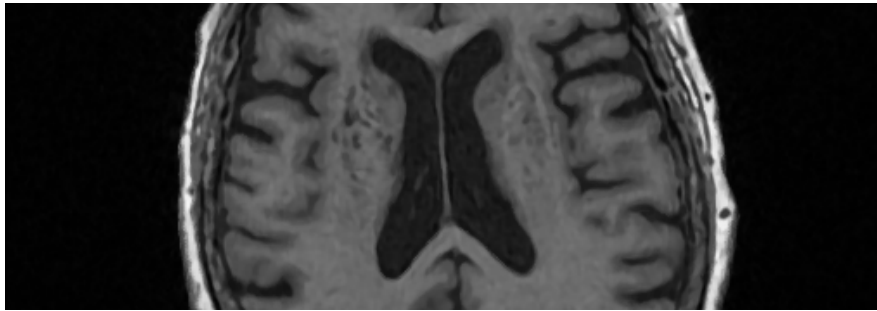
- Trous renforcés gênant le radiologue
- Bord non pixélisé,

→ **Pas adaptée pour l'IRM**



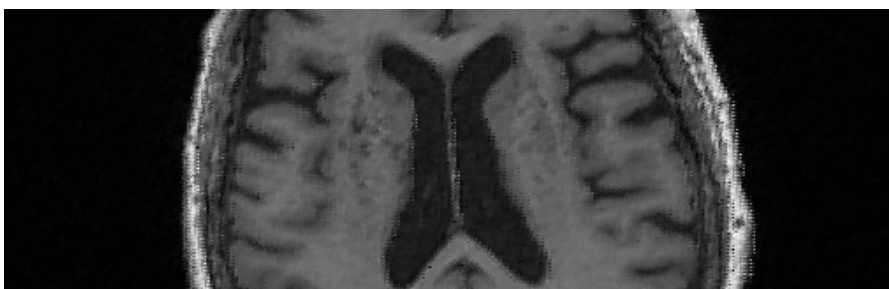
- Artéfacts linéaires horizontaux qui altèrent considérablement les contours.
- Texture est dégradée par un artéfact.

→ **Pas adaptée pour l'IRM**



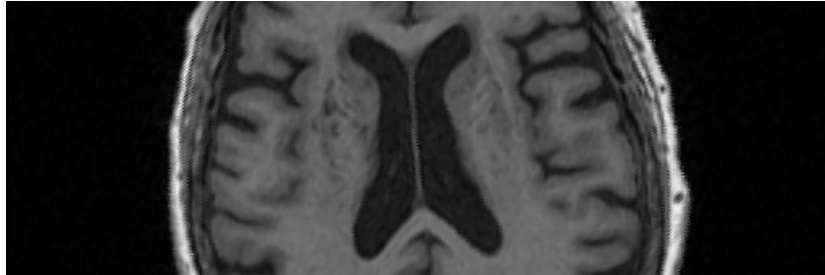
- Bords dédoublés,
- Perte de la netteté des bords.

→ **Pas adaptée pour l'IRM**



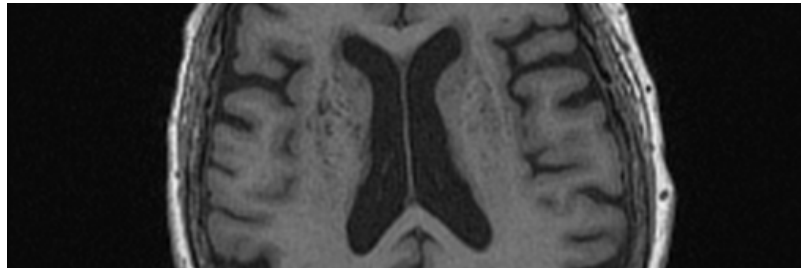
- Apparition de lignes horizontales gênant l'interprétation.

→ **Pas adaptée pour l'IRM**



- Bords pixellisés
- Perte de la netteté des bords.

→ **Pas adaptée pour l'IRM**



- Bords pixellisés
- Points blancs dans les zones de texture

→ **Pas adaptée pour l'IRM**

Commentaires du radiologue :

La méthode adaptative est à rejeter pour les images médicales parce qu'elle produit beaucoup trop d'artéfacts sur les contours de l'image IRM (contours en marches d'escalier ou pixellisation des contours).

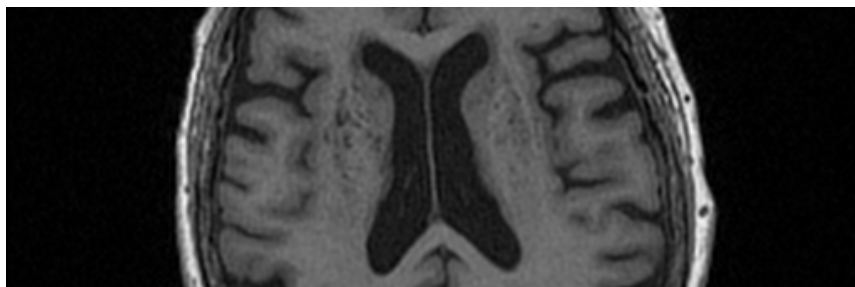
L'image interpolée avec la méthode bilinéaire n'est pas pixellisée. Cette méthode a l'avantage de débiter les zones homogènes et de fournir des bords nets pour toutes les zones anatomiques (même les trous de Luschka). Par contre cette méthode ne donne pas un rendu très net des détails linéaires (par exemple les différentes membranes constituant les méninges ne sont pas nettes). Cette méthode s'avère néanmoins relativement bien adaptée à l'IRM.

La méthode directionlet génère des bords nets sans pixellisation, A l'inverse de la précédente, cette méthode donne un rendu très net des détails linéaires. Par contre cette méthode a tendance à bruite les plages homogènes. Cette méthode s'avère donc bien adaptée à l'IRM.

La méthode ESINPT (Edge guided interpolation) rajoute une ligne noire entre la substance blanche et la substance grise. Elle génère une texture dite lavée, la texture est comme artificielle (comme un logiciel de dessin) surtout dans les zones de très forte intensité. Cette méthode donne un rendu très net des détails linéaires. Cette méthode ne s'avère pas très adaptée à l'IRM d'après le radiologue.

L'image interpolée par la méthode iCBI est peu artéfactée. Les bords ne sont pas pixelisés et les trous sont renforcés. Cependant il est possible de voir quelques artéfacts dans les zones de forte intensité. Ces artéfacts rendent certaines zones comme artificielles ce qui est gênant pour l'interprétation des images IRM. Un autre artéfact gênant pour l'interprétation est le renforcement des bords noirs du cortex.

La méthode IEDI produit des artéfacts linéaires horizontaux qui altèrent considérablement les contours. La texture est également dégradée par un artéfact « poivre et sel ». Cette méthode n'est pas adaptée pour l'interprétation des IRMs.



- Restitue très correctement les plages homogènes,
- Très léger artéfact sur les bords en marche d'escalier.

→ **Adaptée pour l'IRM**



- ✓ Dans des papiers récents:
 - Méthodes polynômiales
 - Méthodes contours : mauvaise
 - Méthodes basées sur les ondelettes
 - Méthode basée sur les dérivées locales
- ✓ Reste à trouver ou à développer une très bonne méthode pour l'interpolation des images médicale



- ✓ Approfondissement de mes connaissances sur le standard Dicom

- ✓ Implémentation d'un programme pour ouvrir un fichier dicom dans une applet

- ✓ Résolution du problème de contraste dans matlab pour Dicom



- ✓ Projet riche en formation :
 - Apprentissage de nombreuses méthodes et principes des traitements de l'image
 - Aller toujours plus loin dans la recherche de méthodes
 - Une meilleure maîtrise de matlab
- ✓ Ce stage est une suite logique de ma formation
 - Maîtrise des connaissances en biomédical
 - Poursuite du Projet de fin d'étude
 - Bonne vue générale du travail d'un chercheur
- ✓ Projet utile, intéressant



DICOM

Merci pour l'écoute!!!

DICOM

Remarque du jury

Rajouter un tableau qui fait le bilan des méthodes d'interpolation

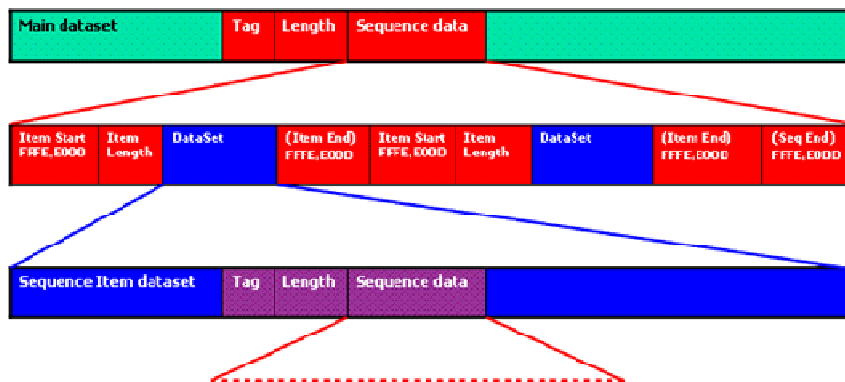
Contraste dans les images Dicom

Par Dimitri PIANETA



- Est une propriété intrinsèque d'une image
- Quantifie la différence entre les images claires et foncées d'une image

Une matrice dans le Tag 7FE0,0010 de l'étiquette de Dicom.



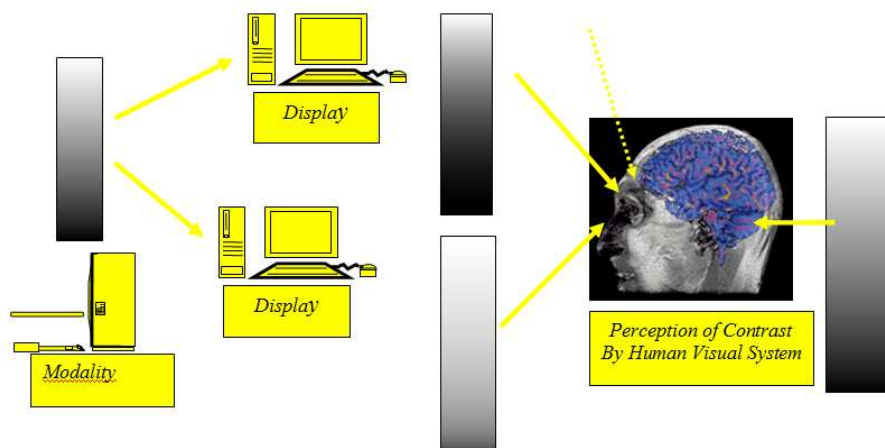
L'imagerie Dicom est représentée en niveau de gris. Elles sont rangées comme une file d'attente. (Elles sont implémentées comme le standard XML)

Généralement la résolution spatiale est de 512*512 ou 256*256 pour une image sortie IRM ou de scanner.

La matrice de pixel peut être codé soit par des valeurs en binaire (donc une modalité OB) ou une matrice d'intensité lumineuse (modalité OW).

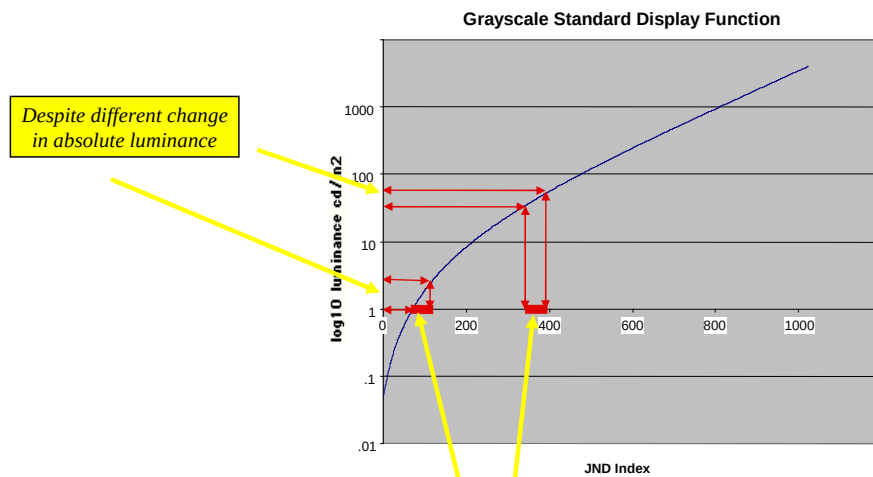
Dans l'étiquette(TAG) les pixels sont rangés comme une matrice de dimension (Nbpixel x1). NbPixel est égale au nombre de ligne et au nombre de colonne. Ces deux paramètres sont égaux à la dimension de la matrice des intensités des pixels.

La première valeur d'intensité en niveau de gris ou octet est la dernière valeur de la matrice réelle.



Ce slide nous montre que les images sont traitées numériquement en binaire. Selon les processus physiques de l'IRM ou du scanners ou tous autres appareils médicaux, nous affectons un niveau de gris pour une certaine caractéristique de l' image (X pour la radiologie)... Ce processus est appelé la création de la LUT de Dicom. La LUT est le tableau d'encodage des pixels selon un certain niveau de pixel.

L'image de droite nous explique la façon que nous pouvons voir le contraste selon l'œil humain.

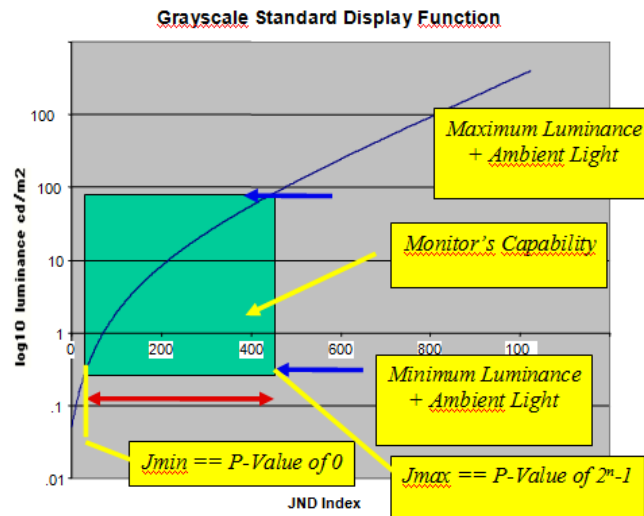


Despite different change
in absolute luminance

Same number of Just Noticeable Difference == Same perceived contrast

Selon un certain niveau de gris nous pouvons voir ou pas l'image foncée pour la perception de l'œil humain.

JND est Just-noticeable difference estimation with pixels in images.



JND: Just-Noticeable Difference

Il est possible de définir sur la courbe de la représentation de niveau de gris en $\log_{10}$ de la luminance (cd/m^2) sur JND la représentation de la fonction en niveau de gris.

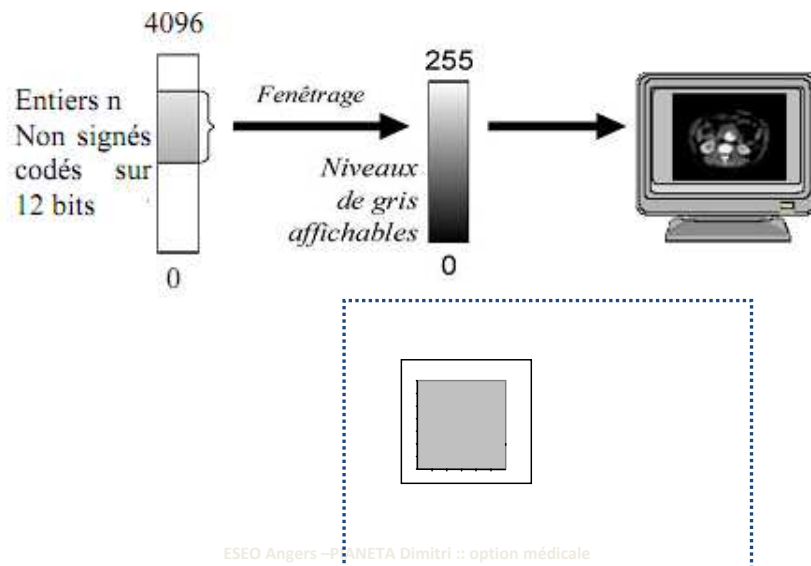
Il est possible dans DICOM de rajouter plein d'autres informations sur l'image :

- Spatial Resolution
- Rows, Columns
- Pixel Size
- Contrast Resolution
- Pixel Value Range
- Number of Images

Annotations

Vocabulaire : **just-noticeable difference** est la petite différence entre les luminances de départ et le deuxième niveau de partition sensoriel.

Il est aussi appelée la différence de seuil .



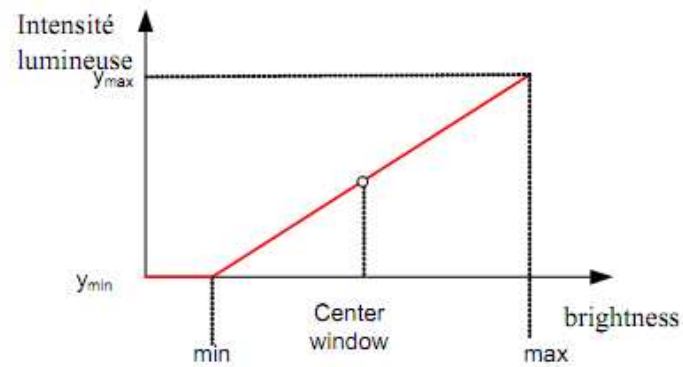
On sait que les images médicales sont plus riches en niveau de gris que les images naturelles. L'amplitude de chaque pixel ou voxel est codé sur 16 bits. On peut se poser la question suivante: Pourquoi utiliser autant de niveaux de gris, alors que d'une part l'œil n'est pas capable d'en différencier autant de niveaux de gris et que d'autre par la majorité des écrans de visualisation sont des LCD 8-bits?

En fait, pour établir leur diagnostic les radiologues ont l'habitude, avec les films argentiques d'utiliser toute la dynamique des 4096 niveaux de gris. Et lorsque le radiologue au niveau de l'organe ou de la pathologie à mettre en évidence.

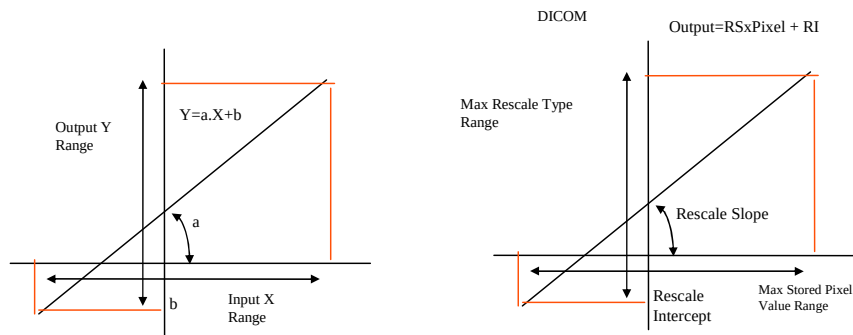
Description :

a) **A gauche**, nous pouvons voir le niveau totale de image radiologique mais le praticien peut améliorer le contraste et recentrer l'image sur les organe qui souhaite observer (cette opération est appelée le fenêtrage). Ce qui permet d'effectuer les nouvelles valeurs d'intensité lumineuse en niveau de gris. (ce calcul est effectué dans la station imagerie).

b) L'image nous montre ici le centrage du niveau de gris pour permettre de voir l'organe au centre de l'image reconstruite médicale. Elles sont effectués par le window center et window width des champs Dicom.

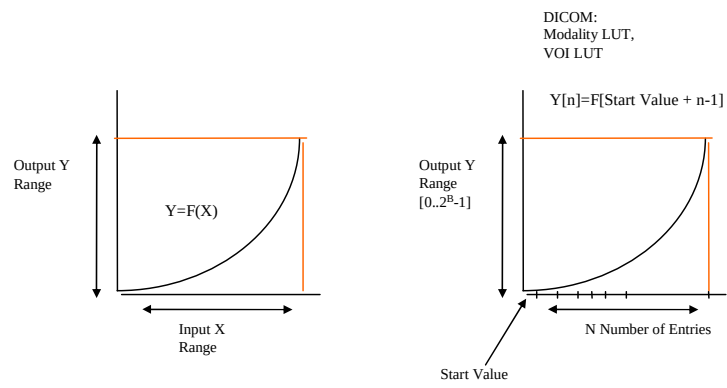


Le fenêtrage permet de sélectionner les intensités les plus utiles pour le diagnostic en augmentant le contraste dans cet intervalle d'intensité. Le fenêtrage est surtout utilisé pour les images scanners ou IRM. Ces quatre attributs définissent le centre et la largeur de l'échelle de gris de l'image affichée. Ces différentes valeurs sont inscrites dans les métadonnées de Dicom.

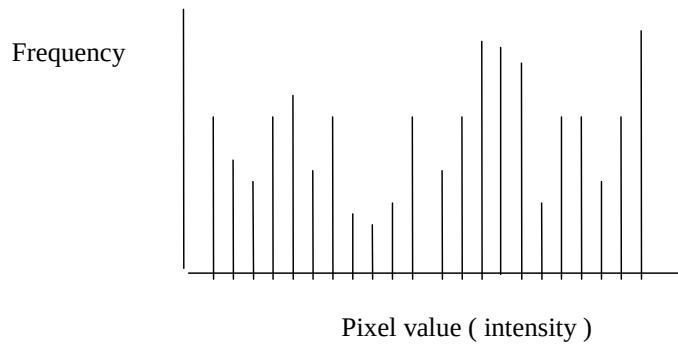


Le premier cas: on considère que la représentation des nouvelles valeurs d'intensité en niveau de gris sur les valeurs d'intensité en niveau de gris initiale.

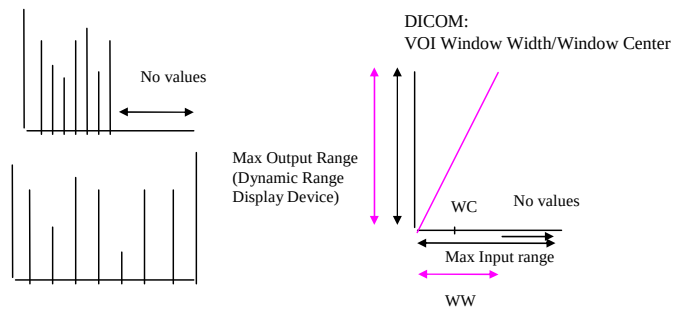
Ces courbes peuvent être représentée de différence manière une droite affine, une parabole...



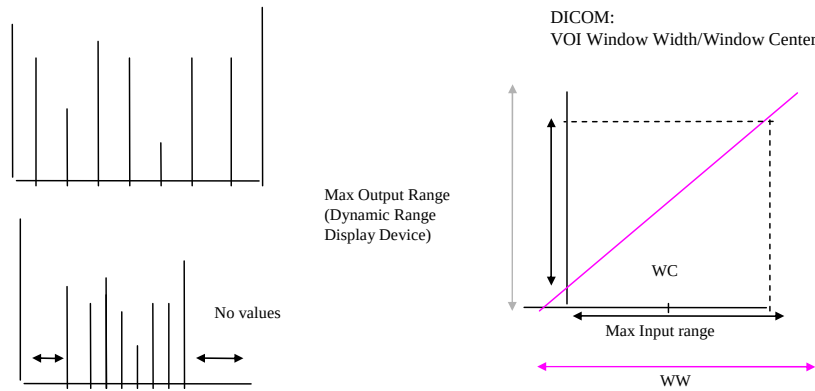
Le deuxième cas: il est possible de représenter le contraste en courbure, en ellipses,...



Si nous représentons l'histogramme de l'image en niveau de gris.



Ce cas nous montre si nous réduisons l'intensité lumineuse donc on réduit l'espace des fréquences entre chaque pixel. Alors nous réduisons la plage des niveaux de pixel initiale de l'image normalement 2^{16} (0 à 65536 pour la valeur maximum du niveau de gris).



Ici on recentre le niveau de gris sur l'histogramme qui permet de donner des valeurs plus forte en niveau de gris ou moins fautes.

Alors augmenter ou pas l'aspect de l'image sur l'assombrir ou la rendre plus claire.

Mieux comprendre Dicom côté de l'imagerie

Par Dimitri PIANETA



➤ Pourquoi utiliser de l'information numérisée et normalisée en imagerie médicale?

Tirage des clichés argentiques plus indispensable et diminue les coûts d'une radiographie.

- Suivi médical des patients nécessite souvent le transfert d'un établissement de santé à un autre en fonction des moyens et compétences disponibles

- Problème de relecture des données si matériels incompatibles

- Transport des clichés

- Faciliter les transferts d'images entre les machines de différents constructeurs

- Problème des formats de données propriétaires entraînant d'importants problèmes de gestion et de maintenances.

la NEMA (National Electrical Manufacturers Association) aux États-Unis ; elle assure à la fois le secrétariat américain et le secrétariat général du comité DICOM ;

le JIRA (Japan Industries Association of Radiation Apparatus) au Japon ; il assure le secrétariat de DICOM Japan ;

le COCIR (European Coordination Committee of the Radiological and Electromedical Industry) en Europe qui assure le secrétariat d'EuroDICOM.

DICOM est un standard applicable à toute l'imagerie biomédicale et regroupe de nombreuses sociétés savantes relevant de disciplines multiples :

aux États-Unis : l'ACR (American College of Radiology), l'ACC

American College of Cardiology), l'AAO (American Association of Ophthalmology), l'AAD (American Association of Dermatology), ADA (American Dental Association), le CAP (College of Anatomic Pathologists), l'ASGE (American Society of Gastro-Enterology);

en Europe : l'ESC (European Society of Cardiology), la SFR Société Française de Radiologie), la DRG (Deutsche RöntgenGesellschaft), la SIRM (Società Italiana di Radiologia Medica) ...



- Travaux Conjointes entre l'ACR et NEMA depuis 1983
- ACR/NEMA V1.0 – 1985
- ACR/NEMA V2.0 – 1988
- DICOM3.0 - 1993

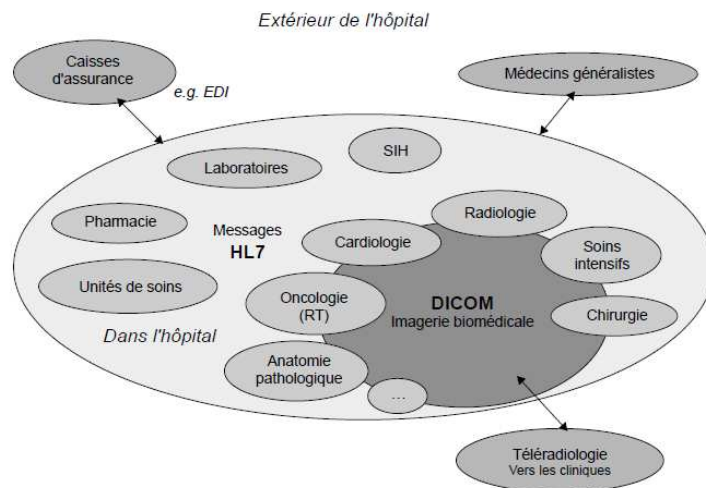


- Associe industriels et sociétés professionnelles médicales:
 - 22 industriels, la NEMA, le JIRA et le COCIR
 - ACR, ACC, AAO
 - ESC, SFR, DRG..
- Experts dans de nombreux pays
- Procédures de NEMA et proches de l'ISO



- Dicom est une norme:
 - Assure la communication des différents équipements d'imagerie médicale numérique
 - Interconnections des appareils: locale à distance ou intermédiaire pour assurer la compatibilité entre différents formats propriétaires
 - Interopérabilité : données transférées identiques

La norme suit des directives strictes établies par le comité ISO.



Dicom fait partie de l'ensemble du PACS.

Le domaine de DICOM est celui de l'imagerie biomédicale, qui s'étend bien au-delà du domaine de la radiologie. Aujourd'hui, lorsque l'on parle d'image biomédicale, on entend l'image et son environnement, regroupés dans ce que l'on appelle l'acte d'imagerie médicale. Le cycle de vie de cet acte débute avec la rédaction de la demande d'examen par le clinicien et s'achève avec, d'une part l'expédition des résultats au clinicien, d'autre part leur archivage.

Durant tout ce cycle de vie, il devrait y avoir interaction entre le système d'information de santé et le matériel d'acquisition et de traitement des images (Fig. 6).traitement des images



→ non dégradation de l'image

→ Métafichier spécifique: image + données patient en un seul fichier

- image : codées en binaire, en général non compressées

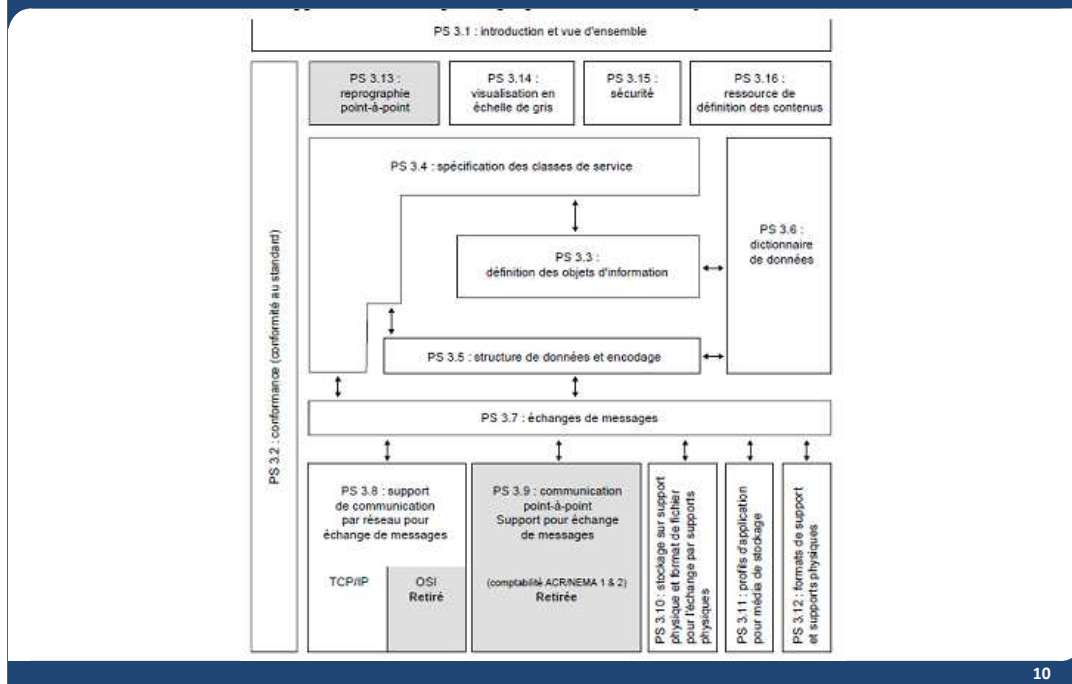
- données : nom du patient, type d'examen, hôpital, date de l'examen, type d'acquisition etc

Extension: dc3, .dcm, .dic ou sans extension

Les bases pour la compréhension du standard



- Structure modulaire
- Les suppléments
- Les CPs ou « correction proposals »
- Publication annuelle du standard



DICOM est un standard très complexe, voici la normalisation. Chaque année, il y a des rajouts « Modular structure », des suppléments (sont des extensions spécifiques à certaines pathologies, ou mesure de l'imagerie). Actuellement, on peut compter pour le standard DICOM 3 environ 25 suppléments. Ce qui implique une remise à jour annuel de la publication DICOM.

PS 3.1 : introduction au standard qui présente DICOM de manière générale.

PS 3.2 : décrit les déclarations de conformité ou conformance statements que doit rédiger tout fournisseur de matériel qui revendique la conformité de son produit à « DICOM ».

PS 3.3 : contient la description des différentes entités échangées (exemple : patient, étude...).

PS 3.4 : spécifie les classes de services et les fonctions pouvant être appliquées aux objets d'information définis dans la partie 3 (exemple : échange de la description d'un patient, des images d'un examen, d'une seule image...).

PS 3.5 : décrit le codage des données échangées entre deux entités d'application DICOM.

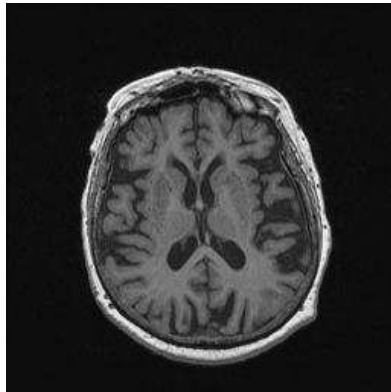
PS 3.6 : fournit un répertoire complet de tous les éléments de données disponibles dans le standard pour représenter l'information ; il met en correspondance l'identificateur de chaque item (désigné en hexadécimal) avec sa signification dans la réalité (exemple : [0010, 0010] = nom du patient ; [7FE0, 0010] = tableau de valeur des pixels de l'image) et son type de codage.

PS 3.7 : spécifie les opérations et les protocoles utilisés par les services définis dans la partie 4.

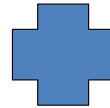
PS 3.8 : décrit l'utilisation de services de communication supports (services d'association, de présentation) issus du modèle OSI, pour l'implémentation de la partie 7 du standard.

PS 3.9 : avait pour seule raison d'assurer la compatibilité de DICOM 3.0 avec la

Image



Métadonnée



(0002,0000)

....

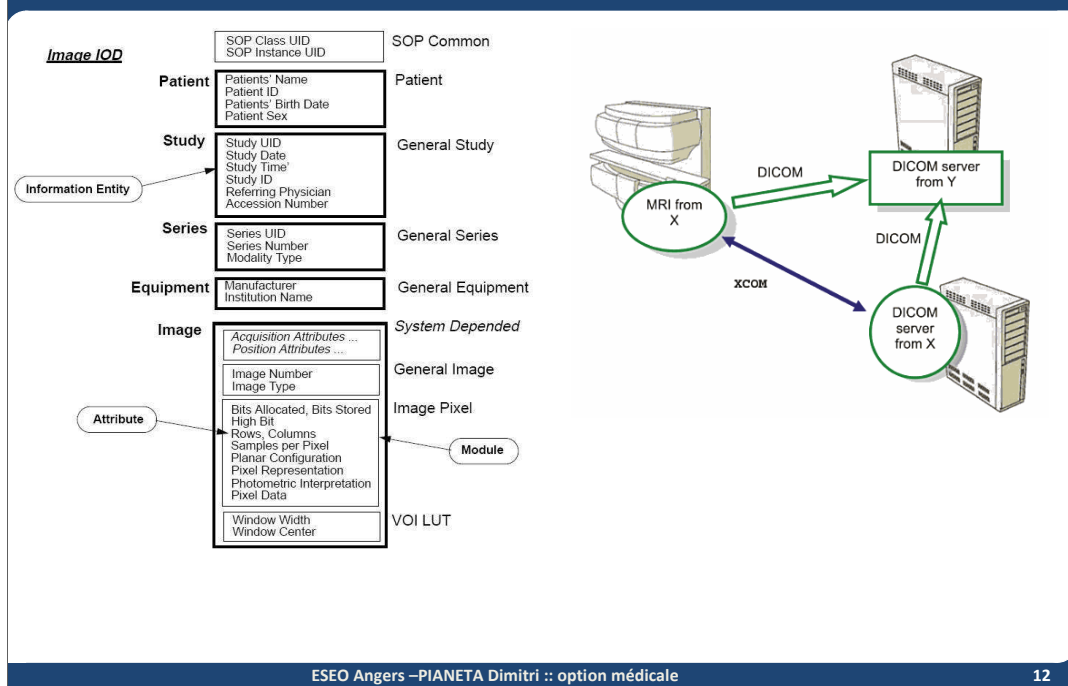
....

....

(7FE0,0010)

Le standard DICOM est basé sur un encodage binaire de ces métadonnées sur les normes ISO actuelles de l'imagerie (JPEG, JPEG2000). Nous appelons métadonnées les informations qui donnent des renseignements de l'image.

Nous allons dans un premier temps voir la structure de l'encodage binaire des métadonnées du standard DICOM.



Les métadonnées sont représentées selon une façon très précise dans ce standard. On commence toujours par le SOP est égale à Serie operator Pair.

Le SOP permet de faire la gestion des services de l'image.

Une SOP class (classe de paires service-objet) est définie par l'association d'un IOD et d'un groupe de services DIMSE. La définition de la SOP class contient les règles et la sémantique qui peuvent restreindre l'utilisation des services dans le groupe de services DIMSE et/ou les attributs de l'IOD.

La sélection des SOP classes est réalisée par les entités d'application pour établir et accepter un ensemble de fonctionnalités dans le cadre de leur interaction. Cette négociation est réalisée lors de l'établissement de l'association comme décrit dans la dernière partie. Une négociation étendue permet aux entités de se mettre d'accord plus avant sur des options spécifiques dans la SOP class. Dans le cadre d'un échange, l'une des entités d'application joue le rôle de « fournisseur du service » (service class provider ou SCP), alors que l'autre joue le rôle d'« utilisateur du service » (service class user ou SCU). La description précise des opérations et des notifications associées à la fourniture et à l'utilisation des services est fournie dans la partie 4 de DICOM.



La norme DICOM est orientée objet (comme java), cela signifie que chaque objet DICOM (le plus souvent une image) contient à la fois les informations (le nom du patient, les pixels de l'image...) et les méthodes (ou fonctions) que doit subir cette information

Exemple :

Information : une image IRM ou scanner ..., en langage DICOM: Information Object.

Méthodes : à imprimer et/ou à sauvegarder, en DICOM un Service.

Le traitement DICOM d'une information consiste à apparier un objet DICOM (par exemple une image) à une fonction spécifique ou **Service** à appliquer à cet objet (imprimer, sauvegarder , etc..) .



Ainsi la combinaison d'un " Information Object " (par ex une image) avec un "Service" (par exemple l'impression de cette image) est appelée :
***Service/Object Pair* ou *SOP*.**

Information Object + Service Class = Service / Object Pair ou SOP
Ou encore, par exemple :
Une image + Son Impression = Un service DICOM

Cette parité Information/Service est l'élément principal de la conformité à la norme. Une machine en conformité à la norme doit gérer au minimum une classe de parité Service/Objet et ne pas seulement émettre ou recueillir des fichiers d'images à la norme DICOM.

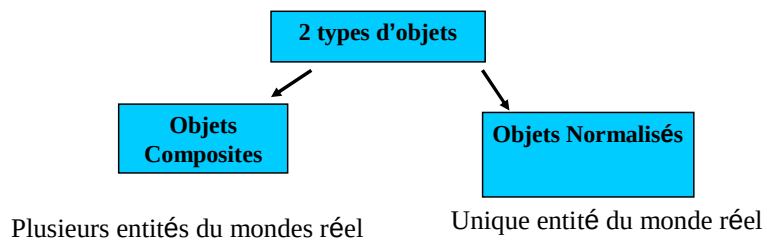


Pour se conformer à une Classe de Parité Objet/Service (SOP Class) une machine (ou toute entité applicative DICOM, **Application Entity AE**) doit pouvoir gérer un type particulier d'image et réaliser un type spécifique de traitement (ou service) correspondant à la définition de cette Classe de Parité, DICOM définit toutes les classes de parités possibles

Par ailleurs la Classe de Parité Objet/Service doit spécifier si le service DICOM est employé en tant qu'utilisateur (**Service Class User ou SCU**) ou en tant que fournisseur (**Service Class Provider SCP**).



Il existe deux types objets dans le standard dicom



Les Principaux Objets Composites sont :

- Computed Radiography Image IOD
- Computed Tomography Image IOD
- Magnetic Resonance Image IOD
- Nuclear Medicine Image IOD
- Ultrasound Image IOD
- Ultrasound Multi-frame Image IOD
- Secondary Capture Image IOD
- other: Curves, Overlays, LUTs, etc.

Un composite IOD est une définition d'objet d'information qui agrège des parties de plusieurs entités du modèle du monde réel DICOM.

Un tel IOD inclut des attributs qui ne sont pas inhérents à l'objet du monde réel principalement représenté par cet objet, mais qui concernent d'autres objets du monde réel qui lui sont rattachés. Ces objets du monde réel rattachés fournissent un contexte complet pour les informations échangées. Lorsqu'une instance d'un IOD composite est transmise, c'est donc tout le contexte qui est échangé entre les entités d'application. Les relations entre les instances d'IOD composites peuvent être acheminées avec ces informations contextuelles.

Principaux Objets Normalisés:

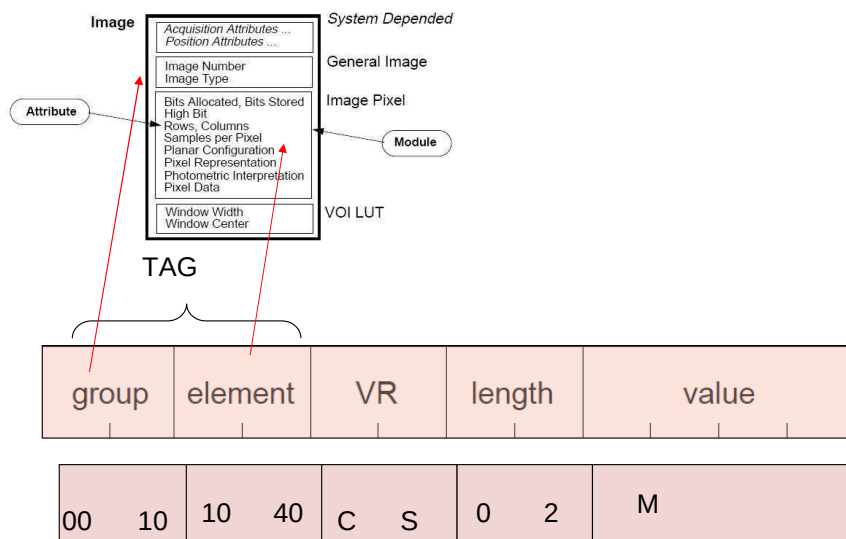
- Patient IOD
- Visit IOD
- Study IOD
- Study Component IOD
- Results IOD
- Interpretation IOD
- Plusieurs objets pour l'impression Dicom

Un normalized IOD est une définition d'objet d'information qui représente généralement une seule entité du modèle DICOM du monde réel. Dans DICOM, la stricte définition des « définitions d'objets normalisés » n'a pas été appliquée. L'application de définitions strictes pourrait avoir pour conséquence une complexité inutile et réduirait les performances des implantations pour plusieurs applications.

Lorsqu'une instance d'un IOD normalisé est transmise, le contexte de cette instance n'est effectivement pas échangé. À la place, le contexte est fourni par l'utilisation d'identificateurs uniques des instances des IOD normalisés reliés.



Classes de Service :	Type de Service :
Verification (Verification Service Class)	Utilisé pour les tests , permet de savoir si les machines "s'entendent" mutuellement, cette classe n'est pas associée à un objet DICOM , elle renvoie l'information sous la forme d'un écho. (C-ECHO)
Storage(Storage Service Class) Media Storage Service Class	Permet le transfert et la sauvegarde des images entre deux entités DICOM. (CR,CT,MR Storage Service Class) Il existe une variante : Media Storage Service Class qui spécifie les échanges entre 2 machines par l'intermédiaire d'un média (CD rom , disquettes etc...)
Query/Retrieve	Implémente des commandes types : FIND, MOVE, GET . FIND permet de demander une liste d'image, MOVE et GET permettent d'initier un transfert , qui sera en réalisé effectué via la classe "Storage Service Class"
Study Contents Notification	Utilisée pour notifier l'arrivée d'une nouvelle image ou série d'images, peut être utilisée pour initier un transfert ou vérifier si le transfert d'une série d'image est complet.
Print Management	Permet la connexion avec un reprographe, spécifie le type d'image , (Couleurs, niveaux de gris etc..)
Patient Management	Permet d'interfacer la machine au réseau hospitalier PACS ou HIS/RIS (Hospital Information Service/ Radiological Information Service) Gestion des données des patients, démographie, admission et sortie des patients
Study Management	Création , gestion de rendez-vous, suivi des examens.
Result Management	Permet la gestion des résultats des examens.



TAG (étiquette) est une paire ordonnée de 16 bits d'entiers non-signés représentant le numéro du groupe suivi par le numéro de l'élément. Le tag est représenté par l'attribut « **group** » qui représente un groupe d'élément de donnée caractéristique. On peut faire l'analogie avec le langage JAVA s'est la classe ici pour l'exemple nous l'appelons la class patient.

Puis le deuxième élément « **element** » est son les caractéristiques physiques, donnée spécifique de la classe. Reprenons notre exemple de class patient, on pourrait avoir le nom du patient, son âge, son adresse...

Le **VR** signifie la Value Representation. Le VR est une chaîne de deux caractères qui est codée en 2 octets associée à une certaine valeur du Data Tag Element. Chaque TAG doit avoir un VR qui est fixé par le standard DICOM. Les VR sont définies dans le standard DICOM dans la partie 6 nommée le « Data Dictionary ».

Le **Length** est défini suivant deux ensembles :

soit un entier non-signé de 16 ou 32 bits dépendant d'un VR explicite ou implicite, et contenant la longueur explicite du champ de valeur en nombre d'octets.

soit un ensemble de champs de longueur 32 bits. Les longueurs indéfinies pourraient être utilisées pour les éléments de données ayant le VR égal à SQ (Sequence of items) et UN (Unknown ou autres)

Le **Value Field** est un champ de valeur et de longueur variable. Il correspond à l'information identifié par le premier champ. Le type de données de valeurs enregistré dans ce champ est spécifié par le VR de l'élément de données. Par exemple si VR a pour normalisation CS (Code String) alors dans le champ value qui permet de donner une chaîne de caractère, si VR est IS (Integer String) alors dans les champs nous aurons un entier (vue par l'utilisateur). Le champ value est l'image des caractères ASCII ce qui signifie que value est une valeur codée en binaire.



Si nous prenons le Tag (0028, 0010) qui représente le nombre de lignes de la Matrice pixel.

Le champ de longueur est représenté en binaire non-signé (Unsigned Short) sur deux octets.

On aura par exemple une valeur totale de ligne dans cette image de 256.

group	element	VR	length	value
28 00	10 00	55 53	02 00	00 01

Pour notre exemple (0028,0010) à pour VR = US qui est égale à une longueur de 2 octets (2*8bits).

On peut résumer notre analyse par cette figure qui représente le nombre de bits.

On peut voir que le tag est représenté par le regroupement du group et element qui sont chacun codés sur 16 bits (2 octets). Puis de la VR(Value Representation) qui est de 0, ou 16 ou 32 bits.

On poursuit cette séquence par la longueur de la « value » qui peut prendre soit 16 ou 32 bits.



<i>Patient Name</i>		<i>PN</i>	<i>000A</i>	<i>Smith^John</i>
0010	0010			

Le fichier métadonnée ici l'étiquette (Tag Patient Name) est encodé en hexadécimale comme :

00 10	0010	50 49	0000000A	53 6D 69 74 68 5E 4A 6F 68 6E
-------	------	-------	----------	-------------------------------

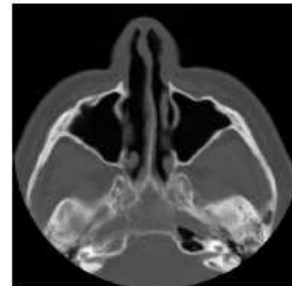
On a tag (0010, 0010) qui signifie que s'est le nom du patient, un VR = PN(Person Name) qui a une longueur de 64 caractères par groupe.

Image :

- 0.5 Mo par image (noir et blanc)
- Possibilité de reconstruction 3D en couleur
- 512 x 512

Examen :

- Série de 50 : 25 Mo
- Examen normal : 4 séries
- Images brutes et reconstruction
- 250 Mo



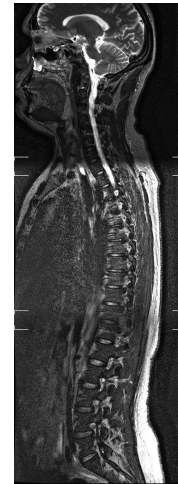
C'est l'image issue du scanner. On parle de scanner implique une image faite par rayons X.

Image :

- 0.5 Mo par image (noir et blanc)
- Possibilité de reconstruction 3D en couleur
- 512 x 512 ou 256x256

Examen :

- Série de 50 : 25 Mo
- Série de 100 : 50 Mo



C'est l'image issue d'IRM. La taille de l'image est de 512 x 512 ou 256 x 256 et on obtient de séries d'images. Il est possible de faire la reconstruction volumique (3D) à partir des coupes.

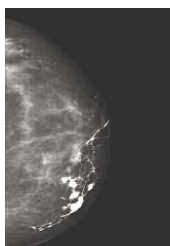
CR : Computed Radiography
DX : Digital Radiography
MG : Mammography
XA : X-Ray Angiography

Examen :

- en routine : 12 séquences : 200 Mo
- en dilation : 25 séquences : 400 Mo



DX



MG



CR



XA

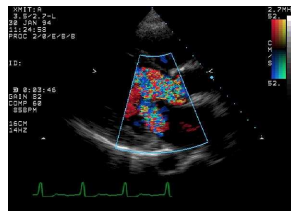
Les images de radiologie sont en niveau de gris (Noir et blanc). Les images de coronarographie sont des séquences (de 25 i/sec à 7.5 i/sec) au format 512 x 512. Les images de radio ont une taille 4000 x 4000.

Image :

- 1.5 Mo par image (couleur ou noir et blanc)
- 20 pour une séquence de 10 sec

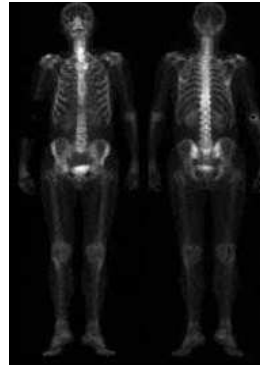
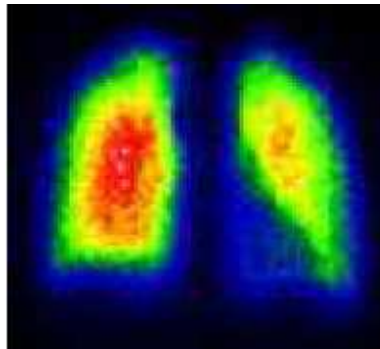
Examen :

- 8 images fixes : 12 Mo
- 8 images fixes et 2 séquences : 50 Mo



C'est l'image issue des échographes. Les images peuvent être fixes ou dynamiques. La résolution est 768 x 576.

Les images sont en niveaux de gris ou en couleur. La couleur est utilisée pour le mode doppler pour identifier les flux.



L'image nucléaire vient de la radioactivité. Les images de médecine sont soit en couleurs. (Fausse couleurs)

On nomme dans cette même famille l'imagerie PET qui permet d'obtenir des coupes et des reconstructions 3D.

La taille des images est 256 x 256 ou 64 x 64.